



Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy

PLACÓWKA AKREDYTOWANA



C E N T R U M

**ODSKOPIALENIA I EDUKACJI
WŁOCŁAWEK UL. NOWOMIEJSKA 25**

KOD

PESEL

--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1-12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego próbny egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Marzec 2014

Czas pracy:

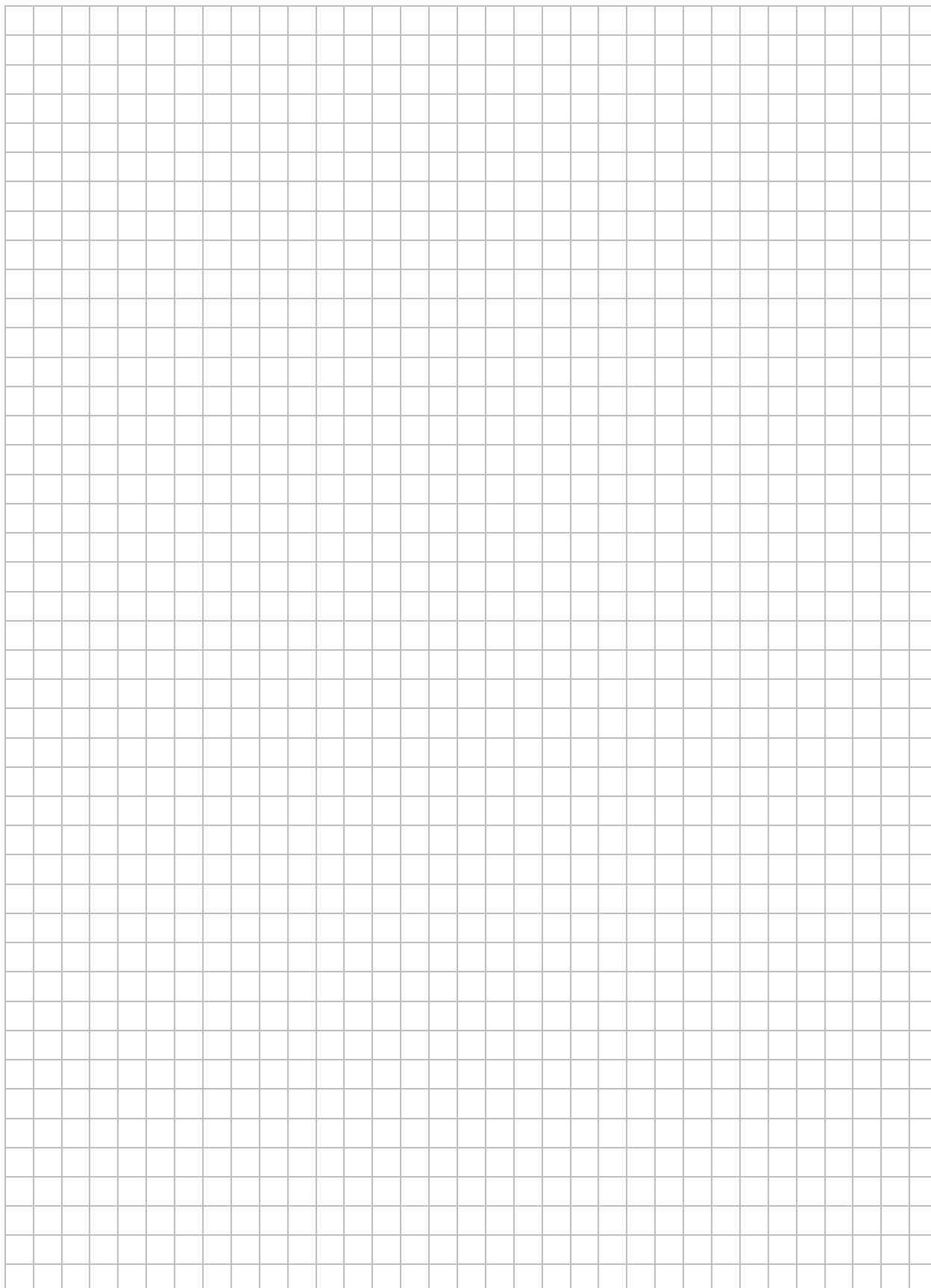
180 minut

Liczba punktów

do uzyskania: 50

Zadanie 1. (4 pkt)

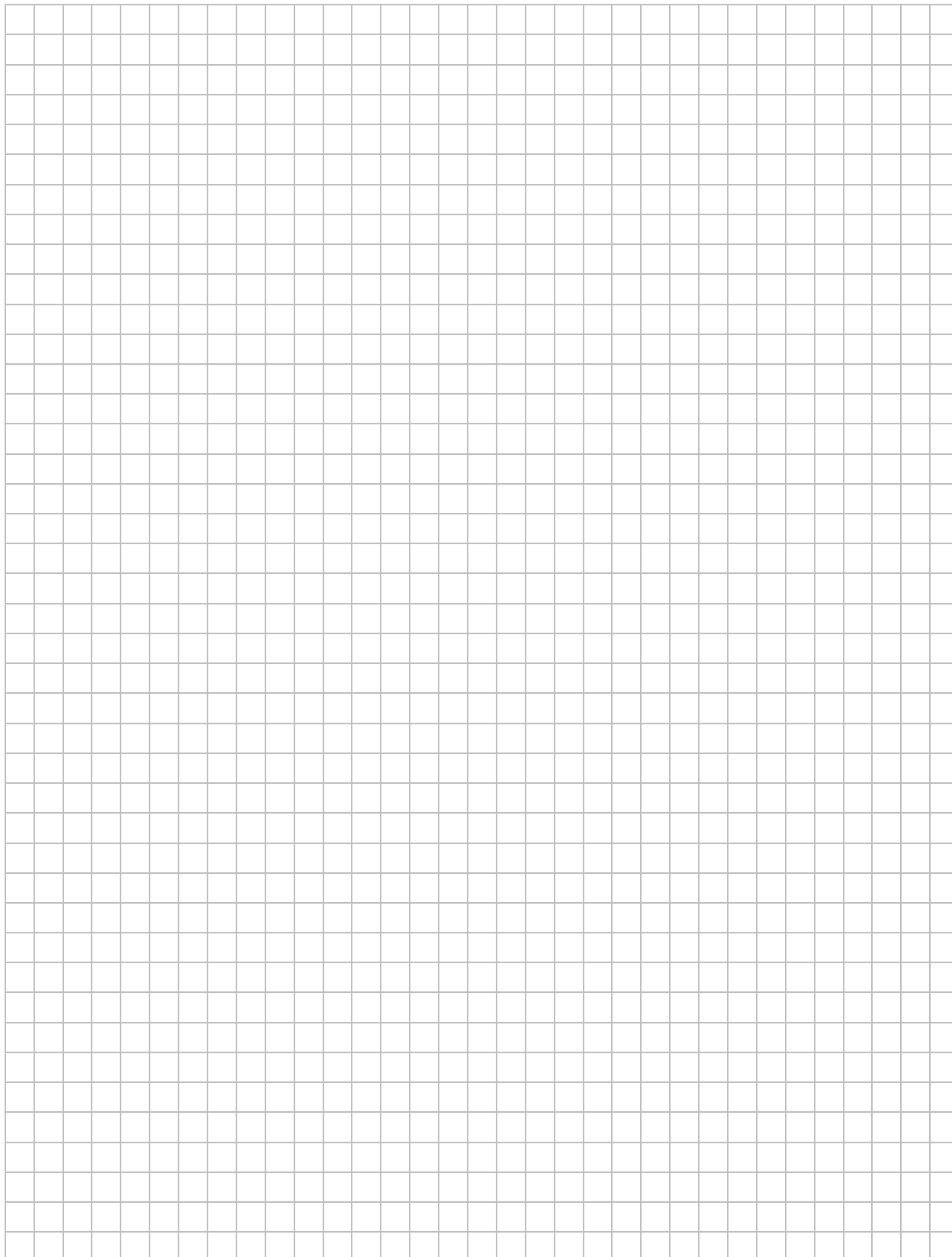
Rozwiąż nierówność: $|3x + 2| - |x - 3| < 4 - 2x$.



Zadanie 2. (4 pkt)

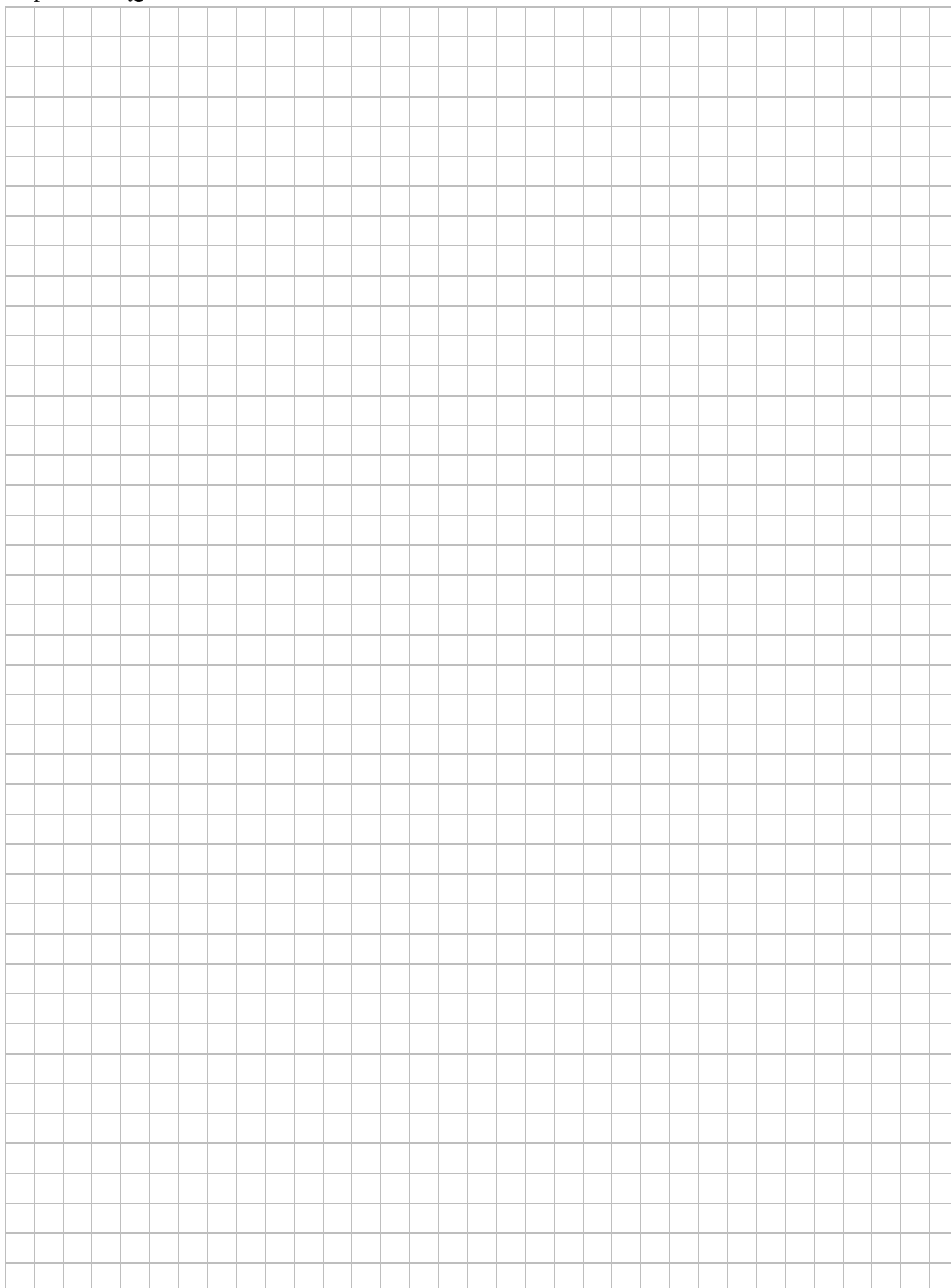
Udowodnij, że dla $a \in R_+ \setminus \{1\}$ oraz $n \in N_+ \setminus \{1\}$ spełniona jest równość:

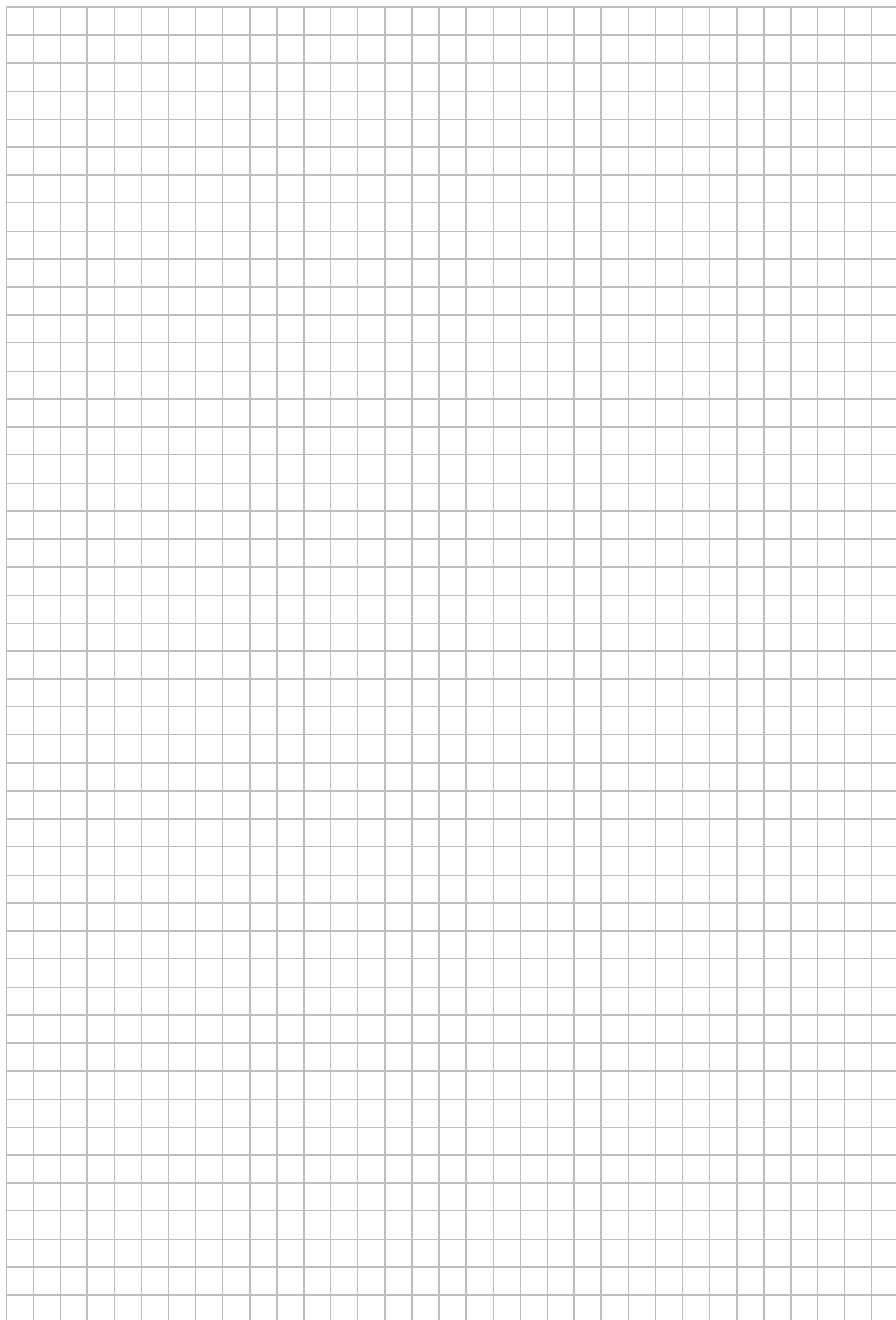
$$\frac{1}{\log_a 3n} + \frac{1}{\log_a 5n} + \frac{1}{\log_a 7n} + \dots + \frac{1}{\log_a 103n} = 2703 \log_n a$$



Zadanie 3. (4 pkt)

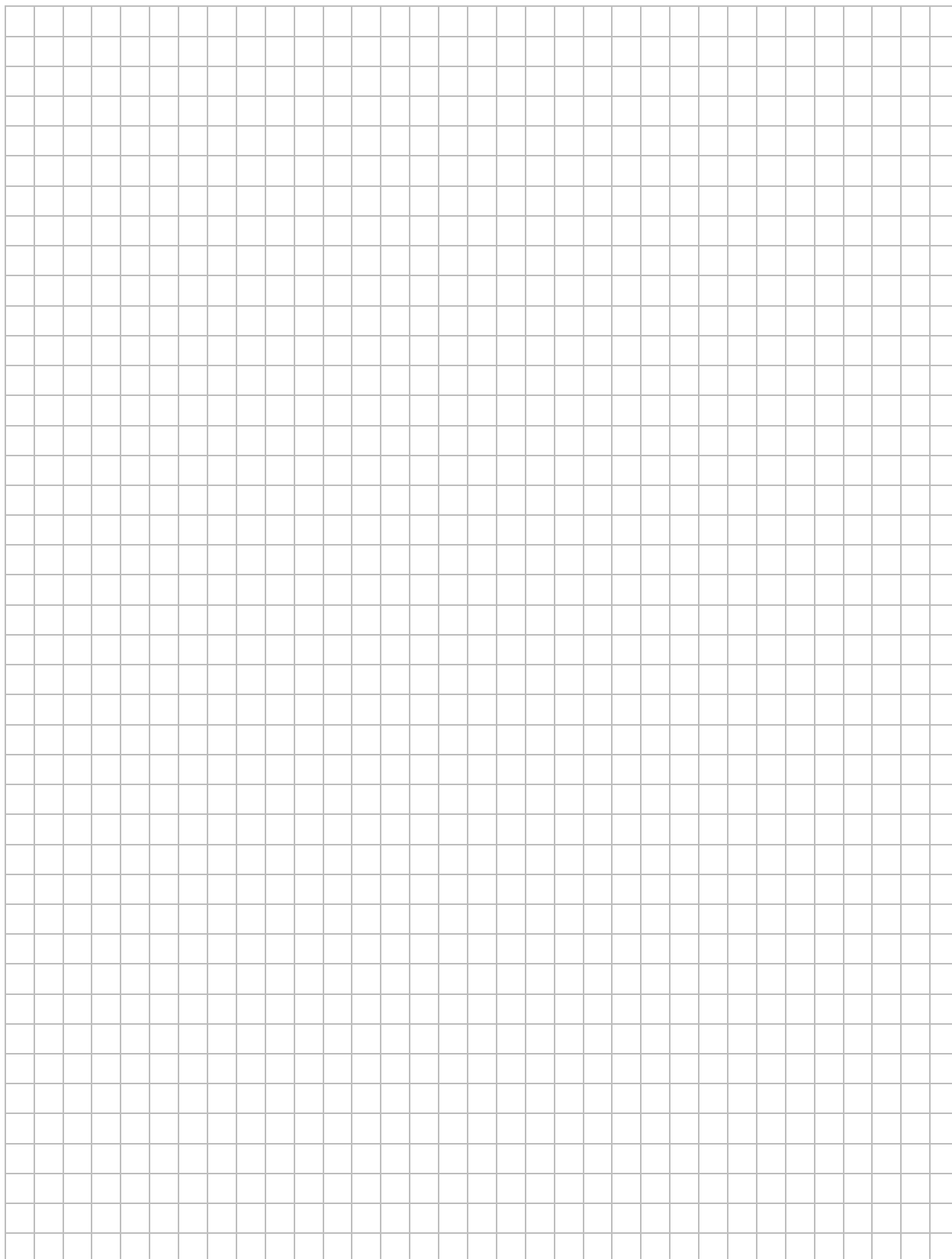
Punkty $A = (0,3)$, $B = (0,0)$, $C = (-5,0)$, $D = (x,3)$, gdzie $x \in \mathbb{R}_-$ są kolejnymi wierzchołkami czworokąta $ABCD$. Oblicz wartość x , dla której w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg.

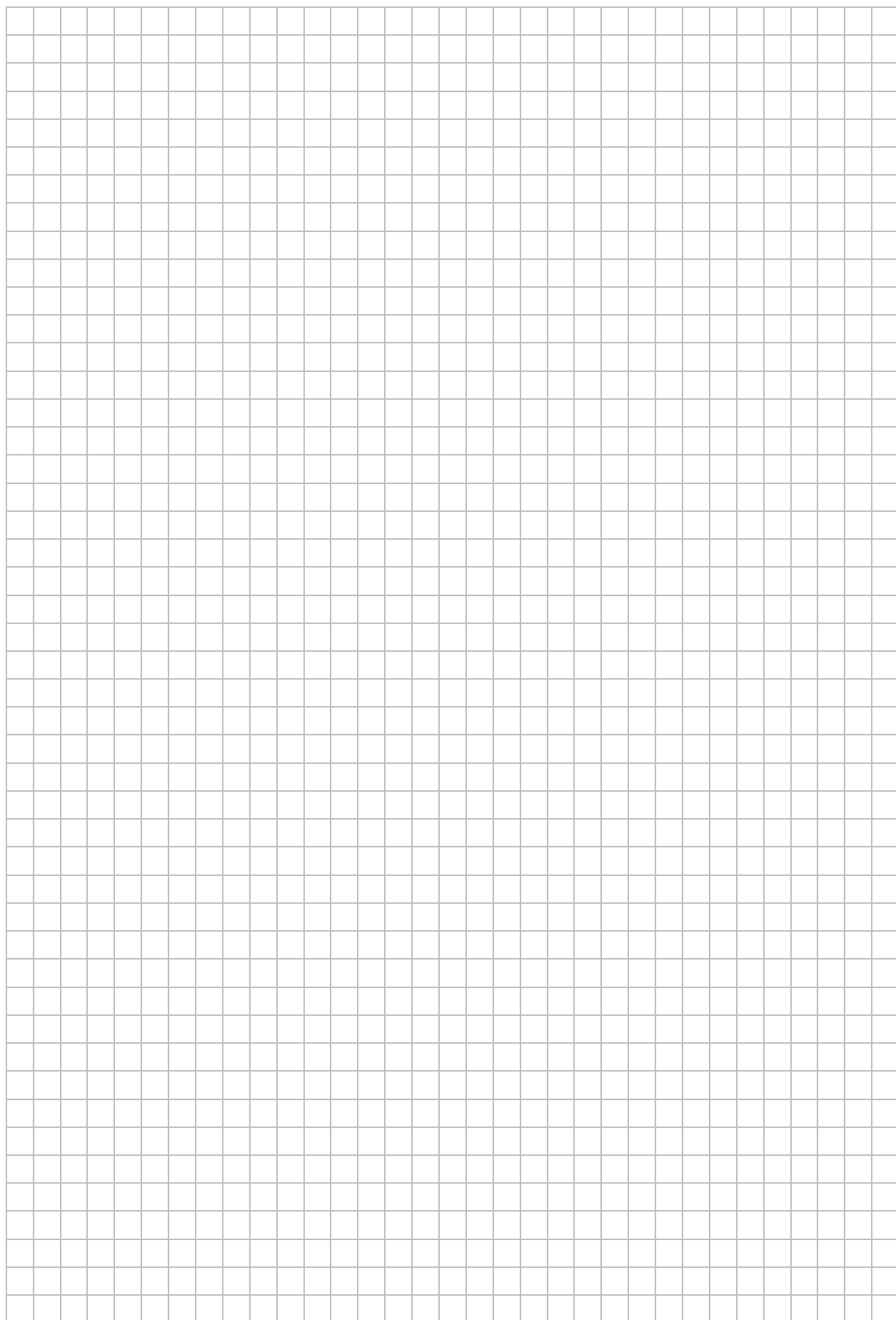




Zadanie 4. (4 pkt)

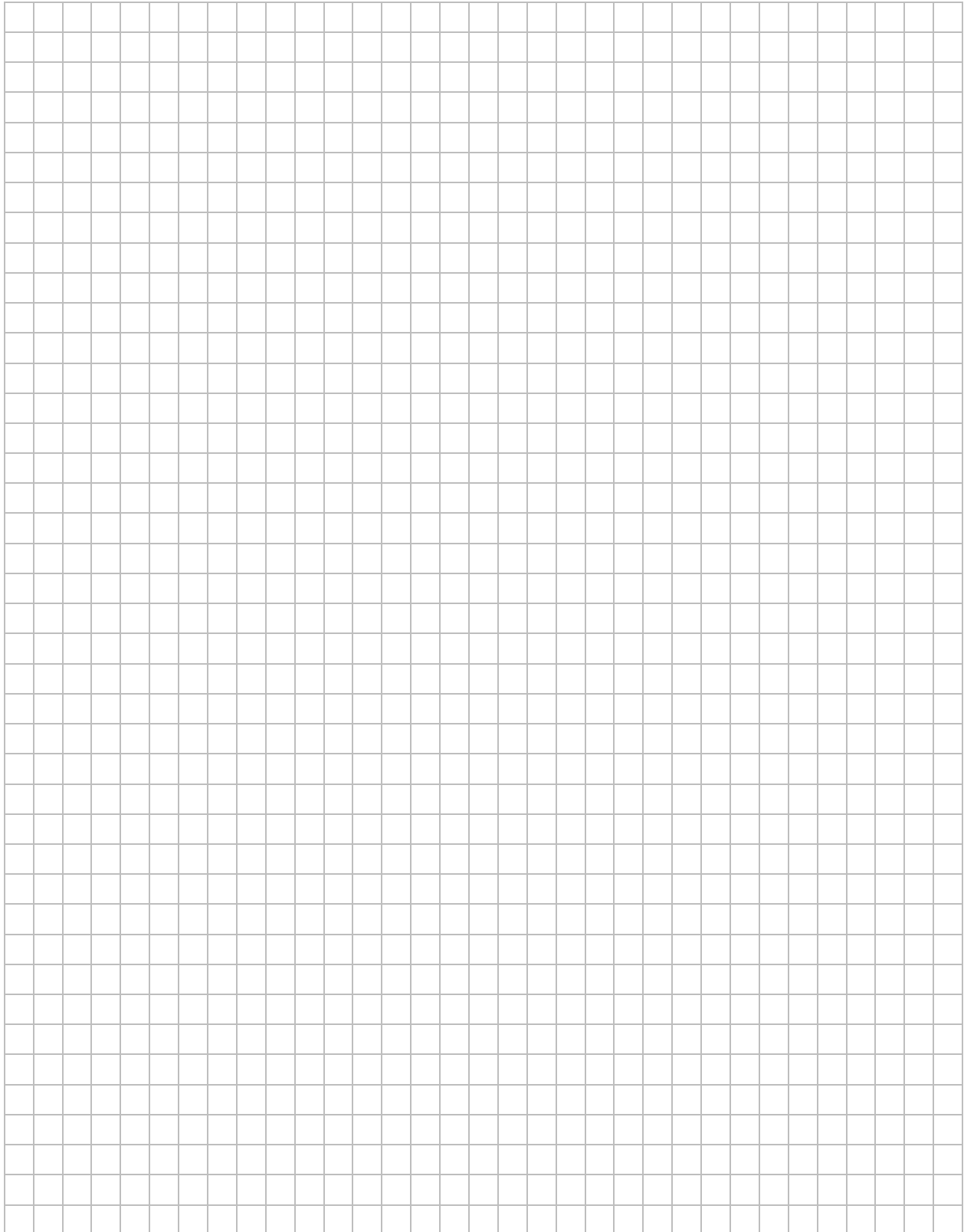
Napisz wzór i naszkicuj wykres funkcji $h(m) = \left| \frac{g(m)}{m+3} \right|$ wiedząc, że funkcja $y = g(m)$ każdej liczbie rzeczywistej m przyporządkowuje najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 4x + 2m + 9$ w przedziale $\langle -1, 3 \rangle$.

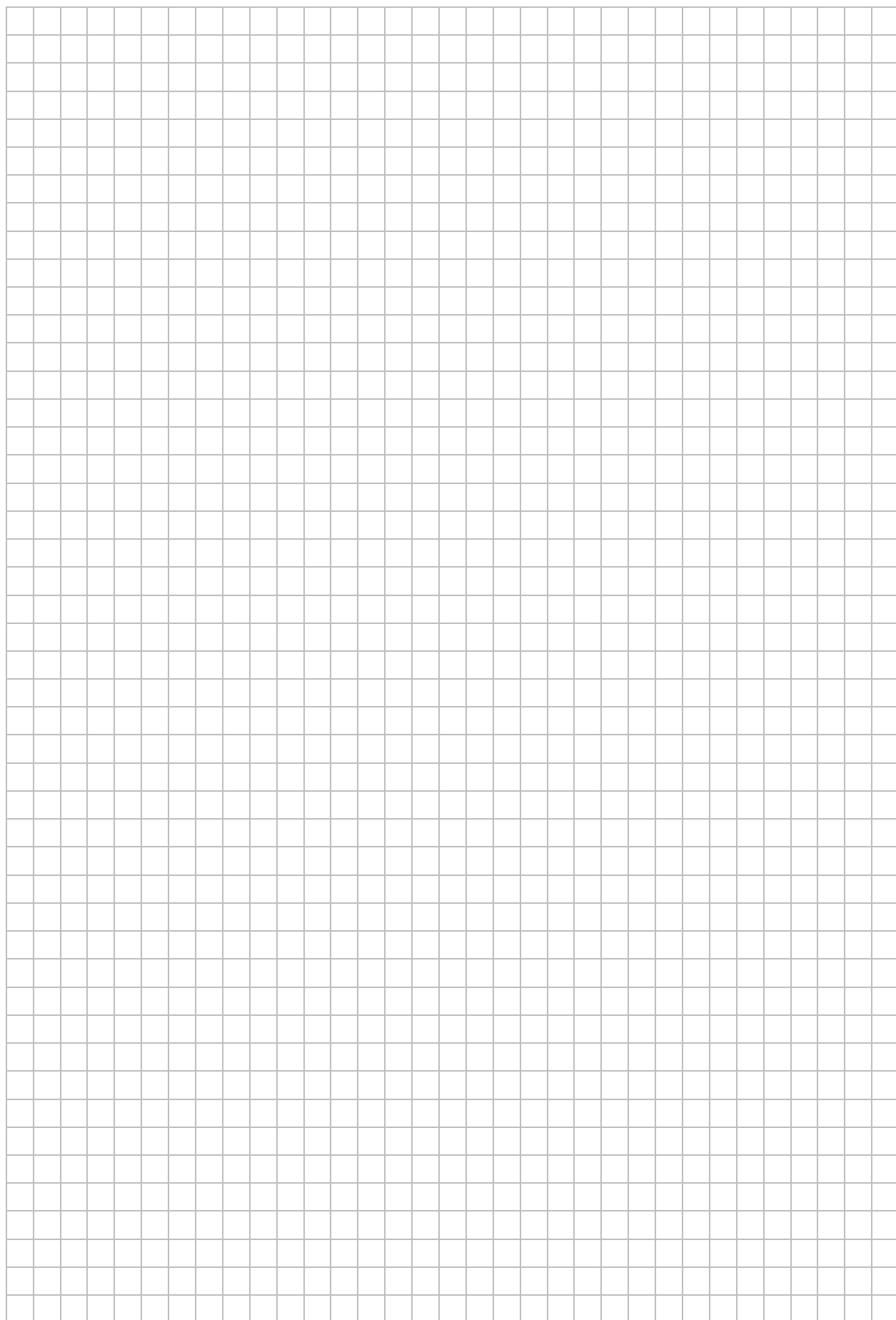




Zadanie 5. (4 pkt)

Graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy 6 cm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy. Płaszczyzna ta przecina trzy krawędzie boczne i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Zaznacz na rysunku ten przekrój i oblicz jego pole.

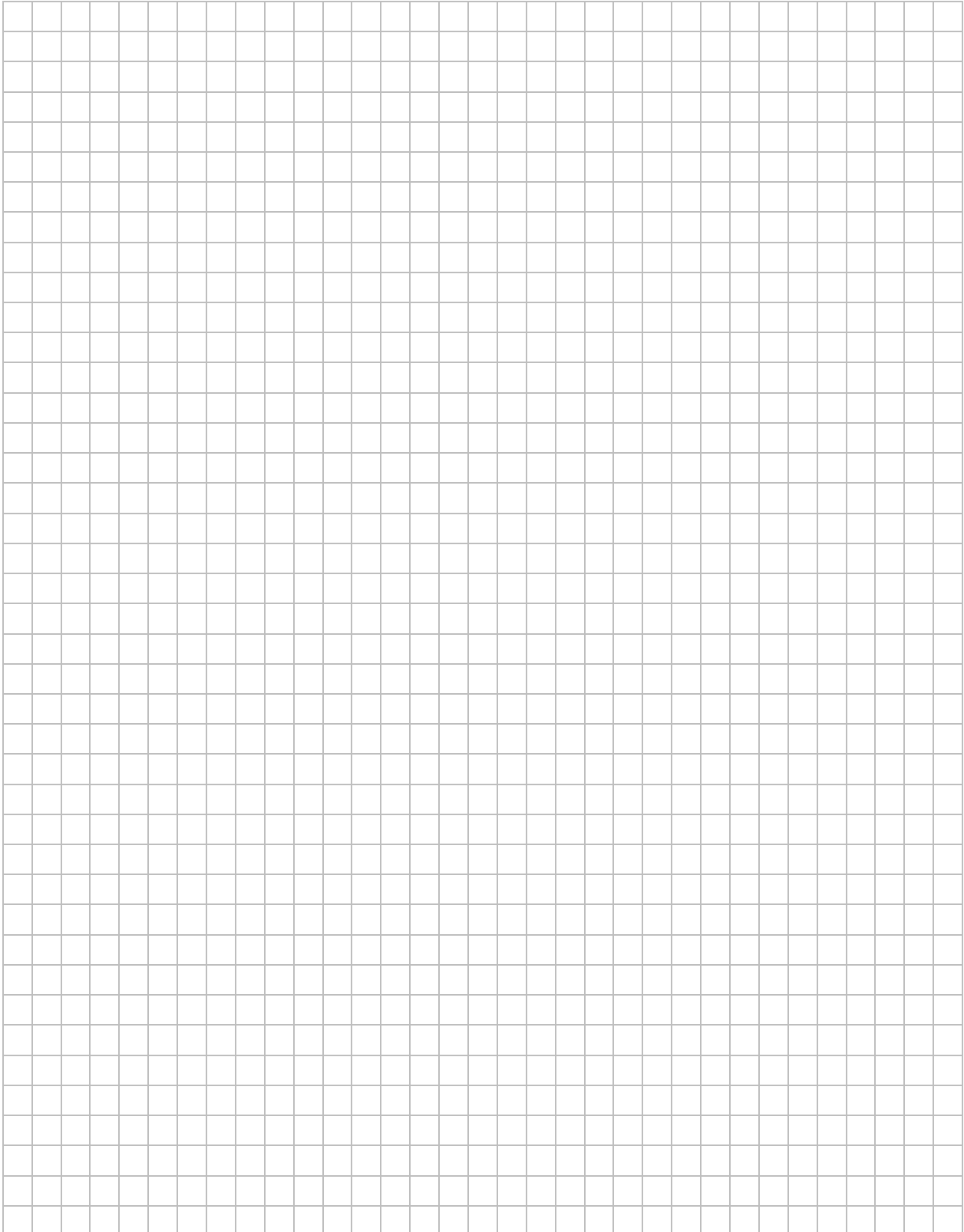


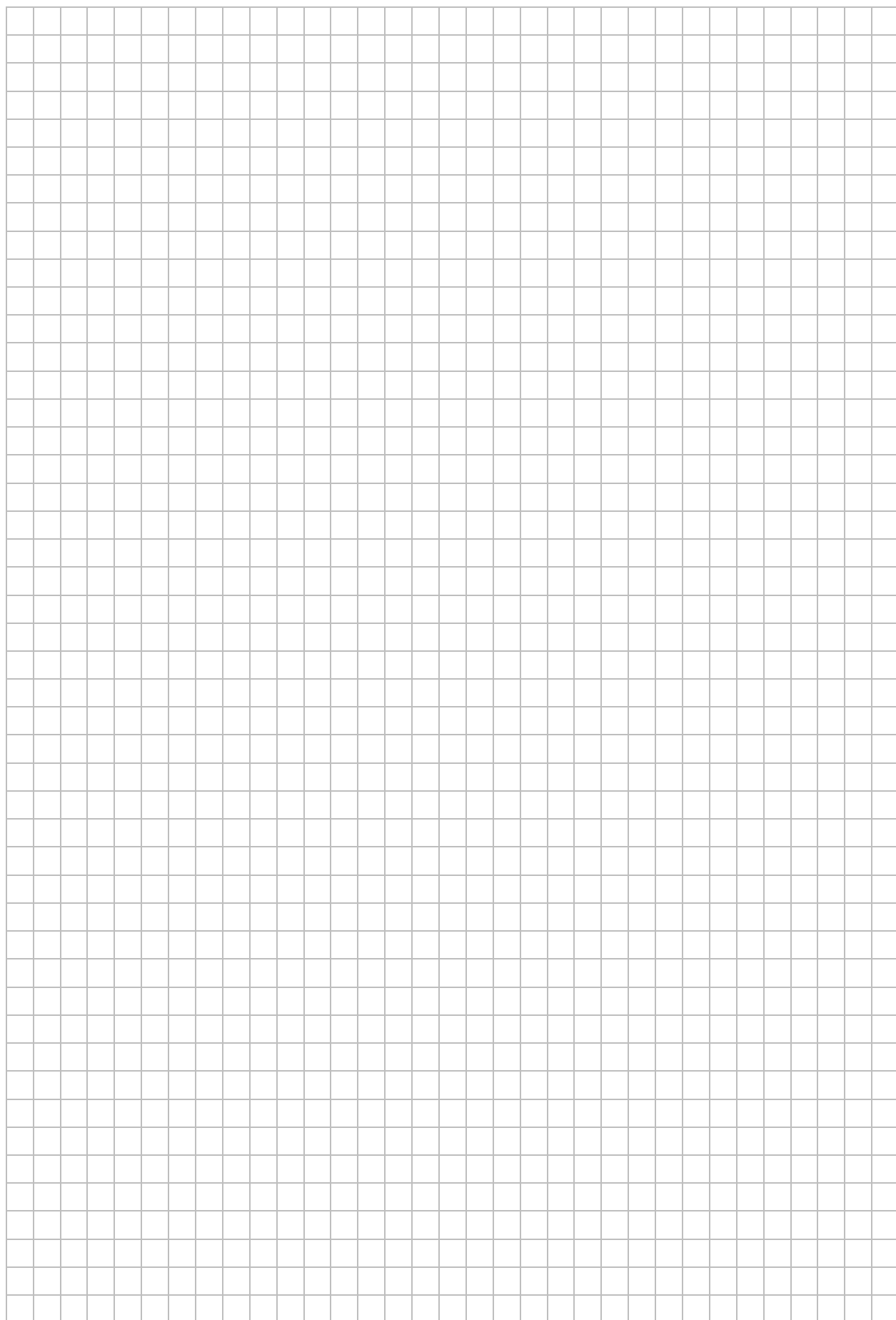


Zadanie 6. (5 pkt)

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3n - a_n + 3 \end{cases}$

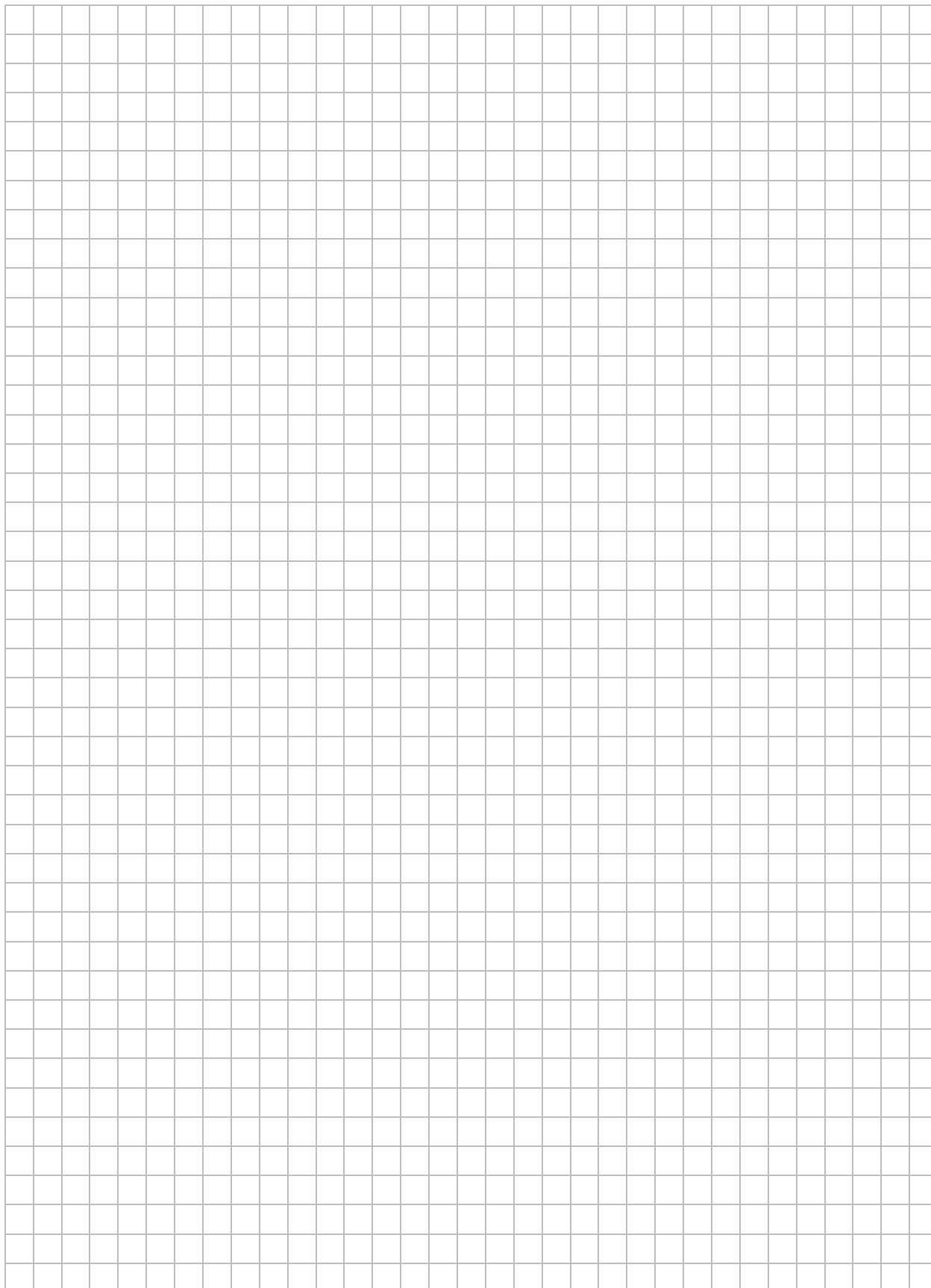
Wyznacz liczby $x, y \in \mathbb{C}$ tak, aby ciąg $(a_7, a_2 + x, a_4 + 2y)$ był ciągiem arytmetycznym, natomiast ciąg $(a_1, 4x - a_2, 3a_6 - y)$ był ciągiem geometrycznym.





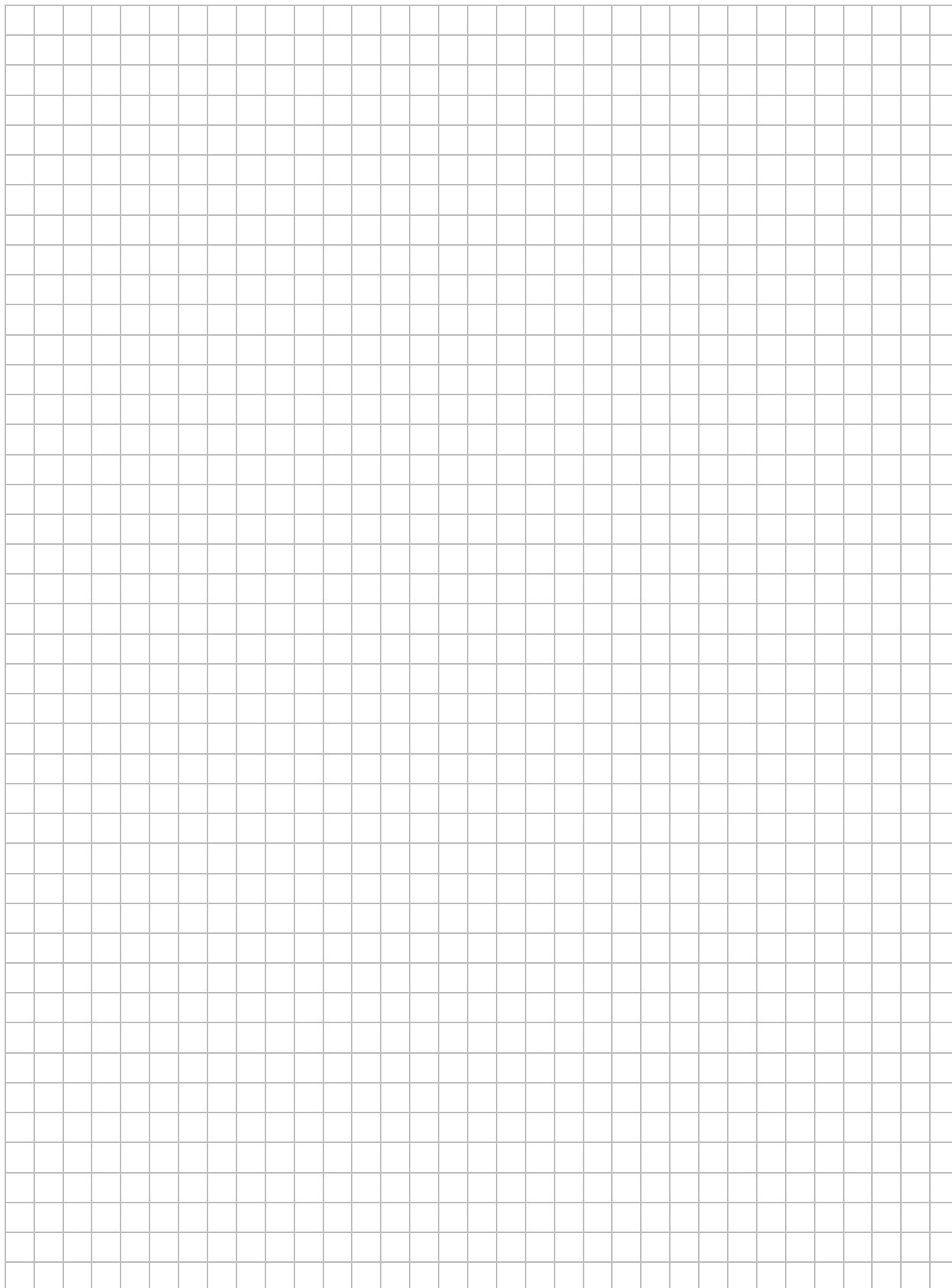
Zadanie 7. (4 pkt)

Rozwiąż równanie: $\sin x \sin 2x = \frac{3}{2} \cos x$ w przedziale $x \in \langle -2\pi, \pi \rangle$.



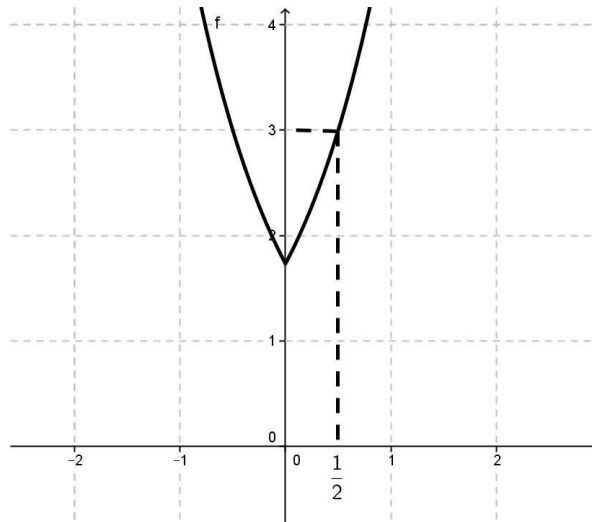
Zadanie 8. (4 pkt)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 5 \sin^2 \gamma$, to $\sin \gamma \leq \frac{3}{5}$.

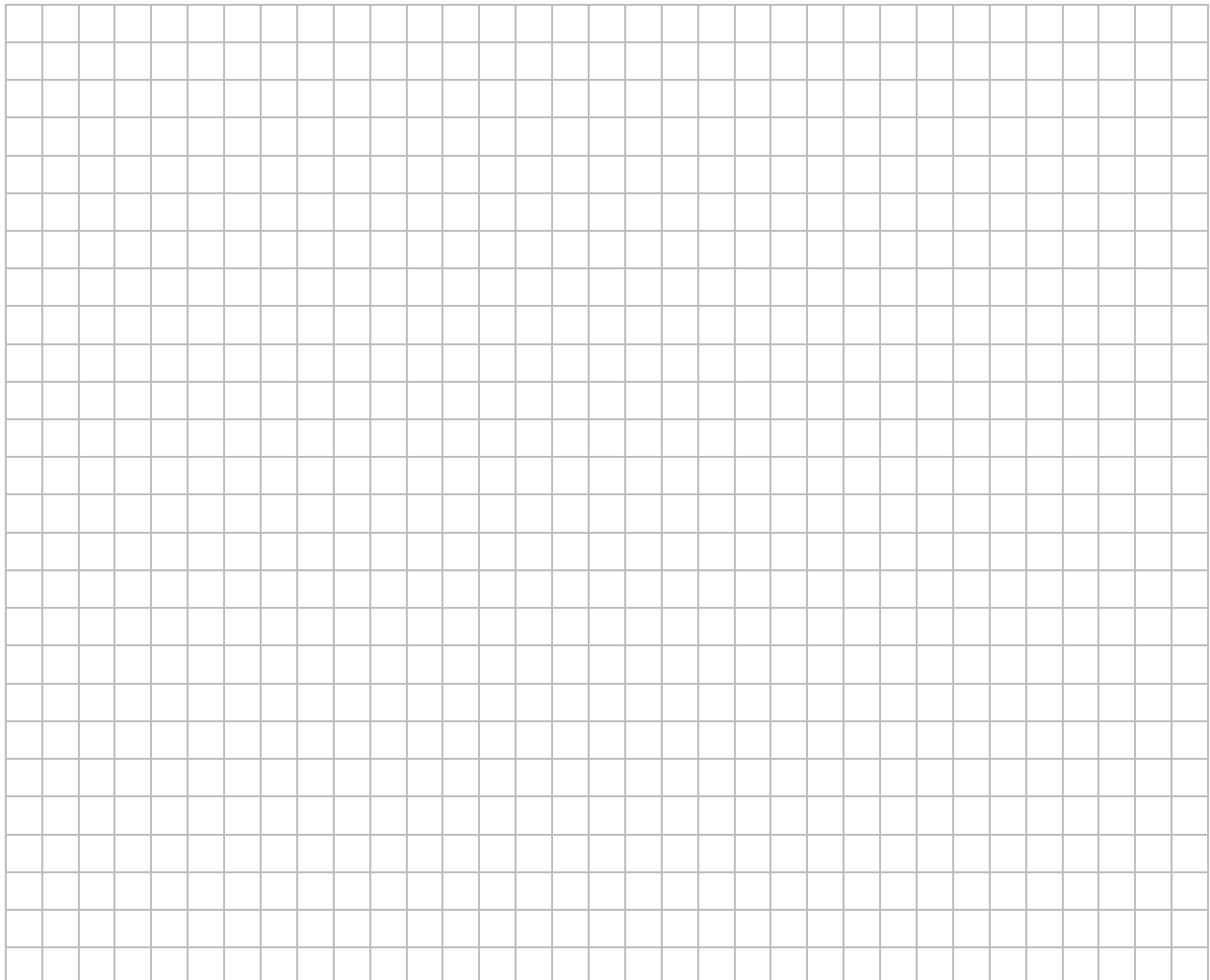


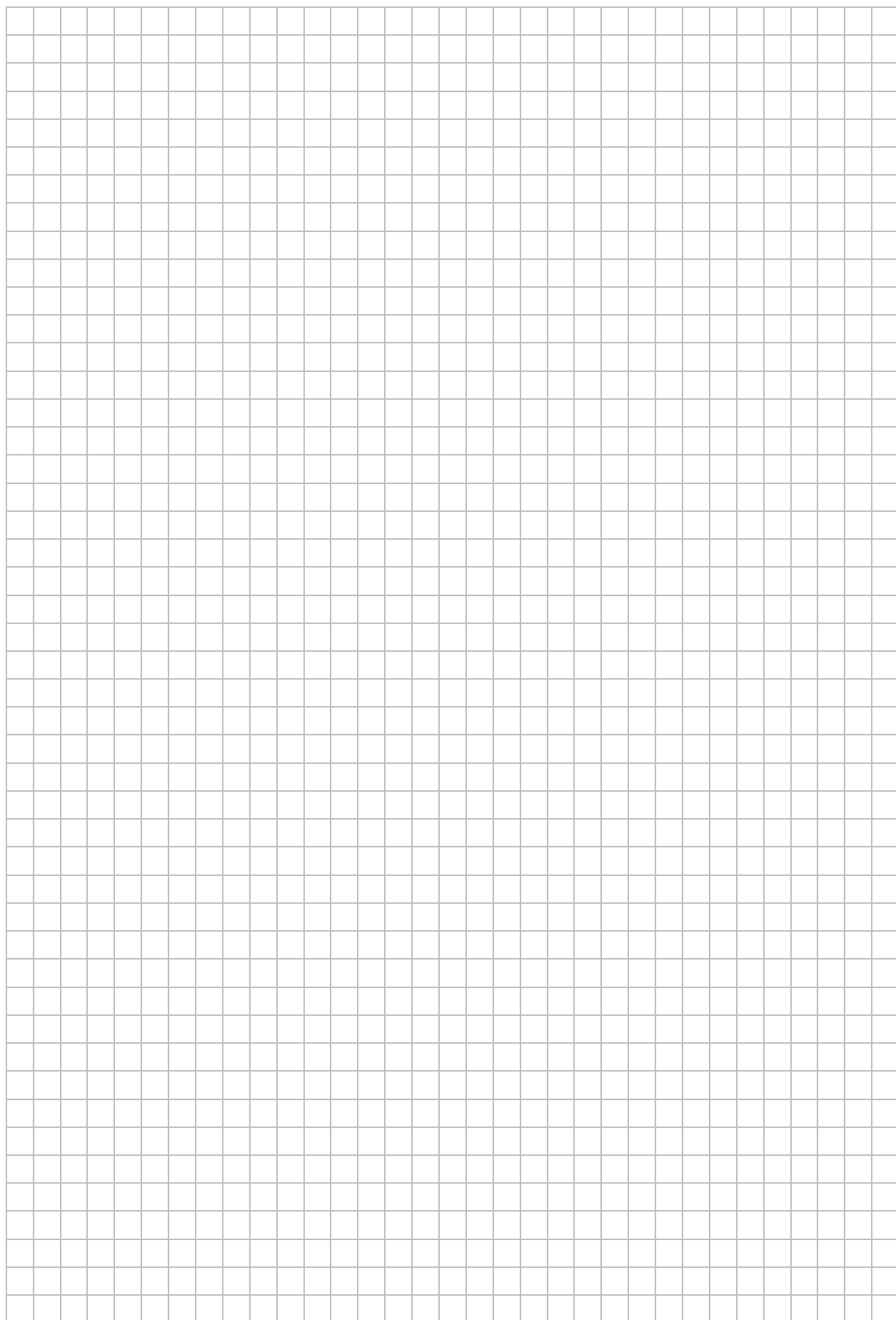
Zadanie 9. (5 pkt)

Wykres funkcji wykładniczej $y = 3^x$ przekształcono i otrzymano wykres funkcji $y = f(x)$ (rys).



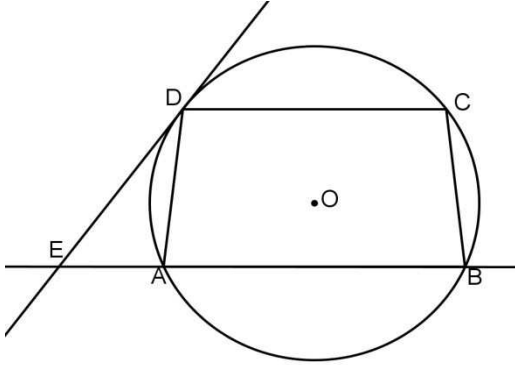
Napisz wzór funkcji $y = f(x)$, a następnie zaznacz na płaszczyźnie zbiór $A = \{(x, y): x \in R \text{ i } y \in R \text{ i } \log_{(x-1)^2+y^2} [\log_9 f^2(x)] < 0\}$.

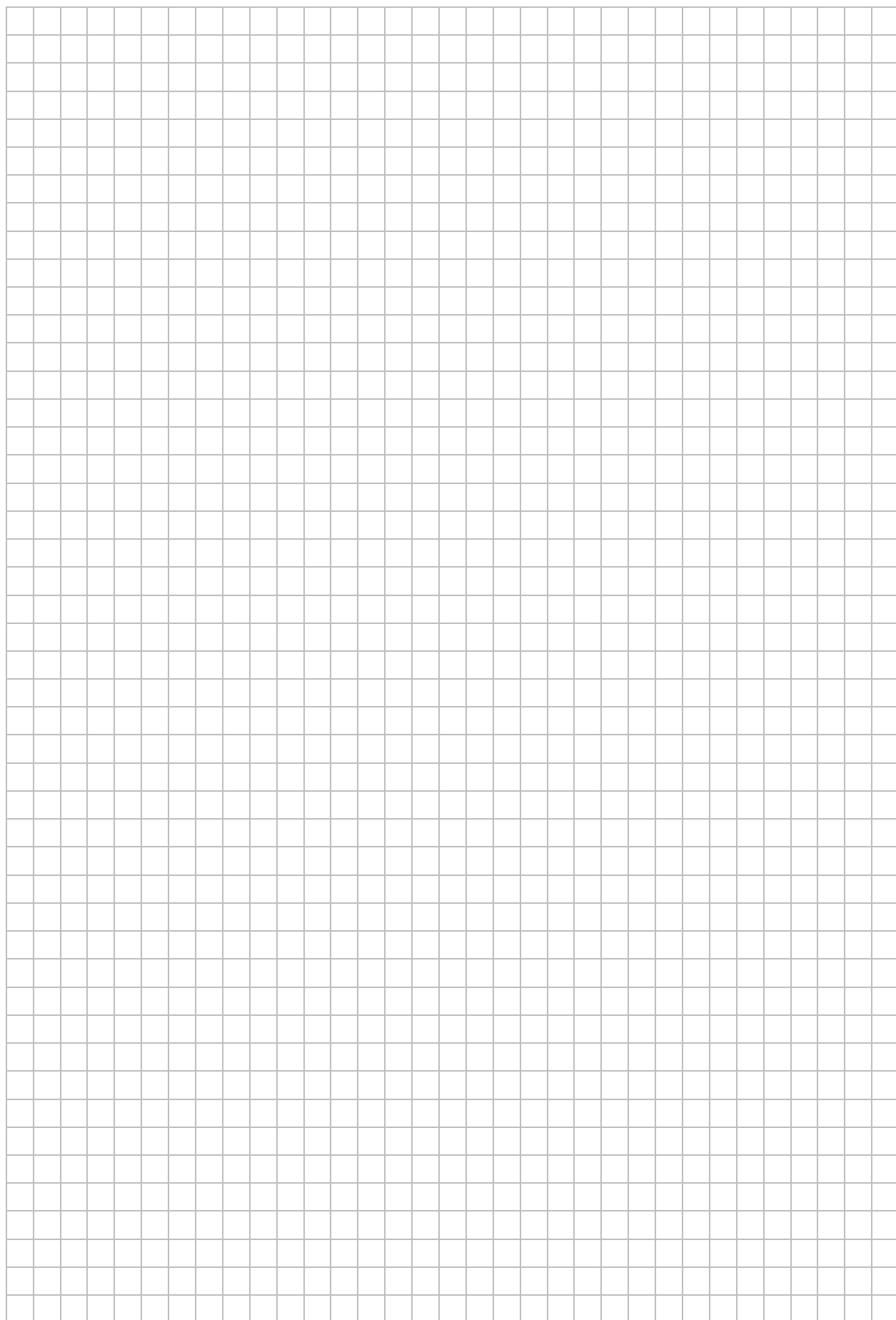




Zadanie 10. (5 pkt)

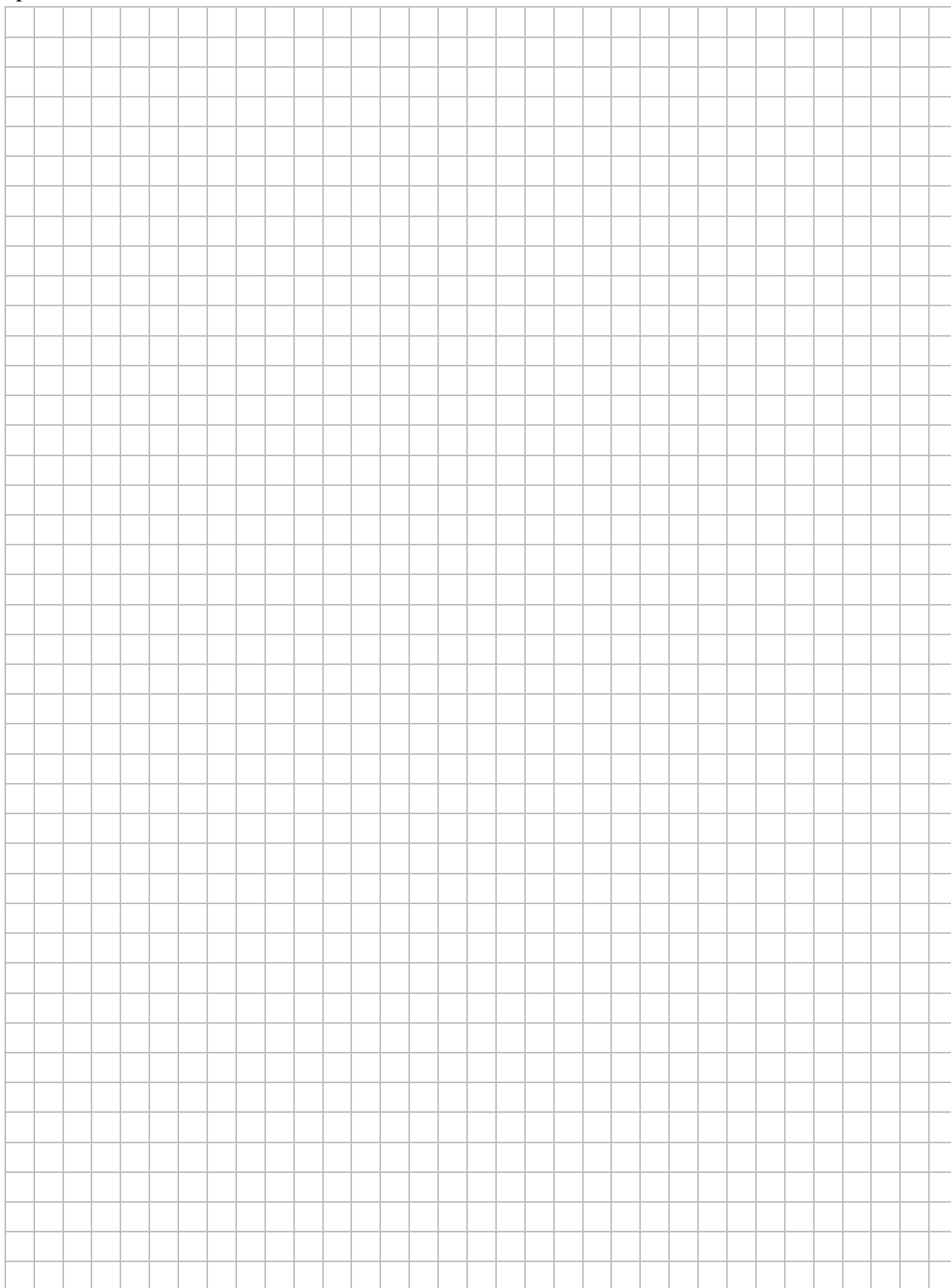
W okrąg wpisano trapez równoramienny $ABCD$ którego podstawy mają długość $|AB| = 8\text{ cm}$, $|DC| = 4\text{ cm}$. Styczna do okręgu w punkcie D przecina prostą AB w punkcie E (rys). Wiedząc, że $|DE| = 6\sqrt{5}\text{ cm}$ oblicz promień okręgu opisanego na trapezie $ABCD$.





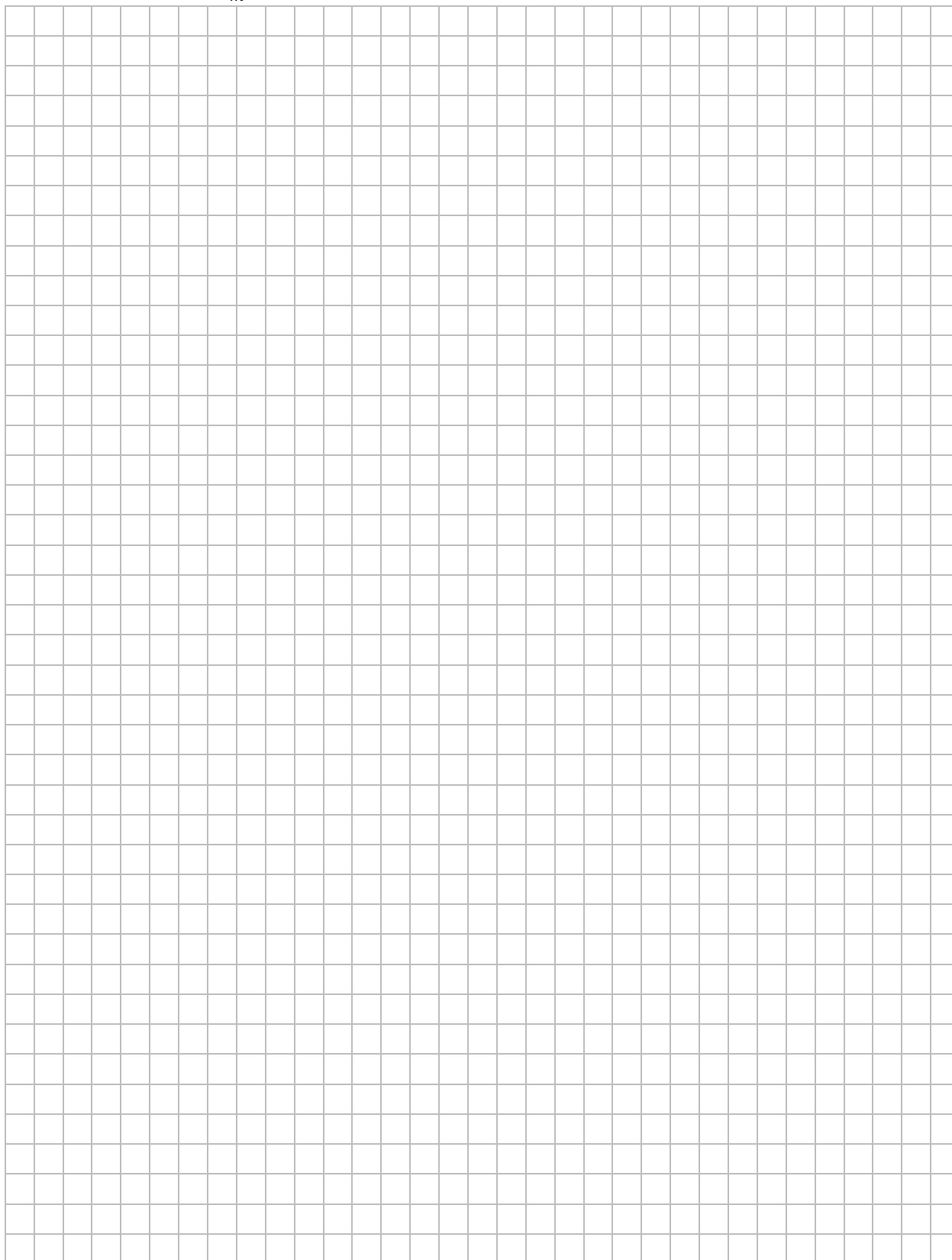
Zadanie 11. (3 pkt)

Pięć ponumerowanych kul rozmieszczamy losowo w czterech ponumerowanych szufladach. Oblicz ile jest możliwości takiego rozmieszczenia kul, aby dokładnie dwie szuflady były puste.



Zadanie 12. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m reszta z dzielenia wielomianu $w(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{5}{m}x + 3m - 1$ przez dwumian $(x - 3)$ jest niewiększa od 3?



Brudnopis

