

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

16 KWIETNIA 2016

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

## ZADANIE 1 (1 PKT)

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_{n+1} = 3 - a_n$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Suma pięćdziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A) 150                      B) 75                      C) 50                      D) 100

## ZADANIE 2 (1 PKT)

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} \log|-x+2| & \text{dla } x \leq 1 \\ \sqrt{x-6\sqrt{x}+9} & \text{dla } x > 1 \end{cases}$

Równanie  $f(x) = 2$  ma dokładnie

- A) jedno rozwiązanie. B) dwa rozwiązania. C) trzy rozwiązania. D) cztery rozwiązania.

## ZADANIE 3 (1 PKT)

Suma

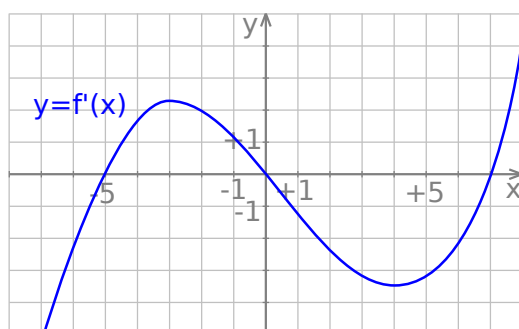
$$2016 + 20,16 + 0,2016 + 0,002016 + \dots$$

wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu liczb rzeczywistych jest równa

- A) 201600                      B) 2240                      C)  $\frac{22400}{11}$                       D)  $\frac{20160}{99}$

## ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pochodnej  $y = f'(x)$  funkcji  $y = f(x)$ .



Wynika stąd, że

- A)  $f(-6) < f(-5)$                       B)  $f(-5) < f(0)$                       C)  $f(7) > f(0)$                       D)  $f(6) > f(5)$

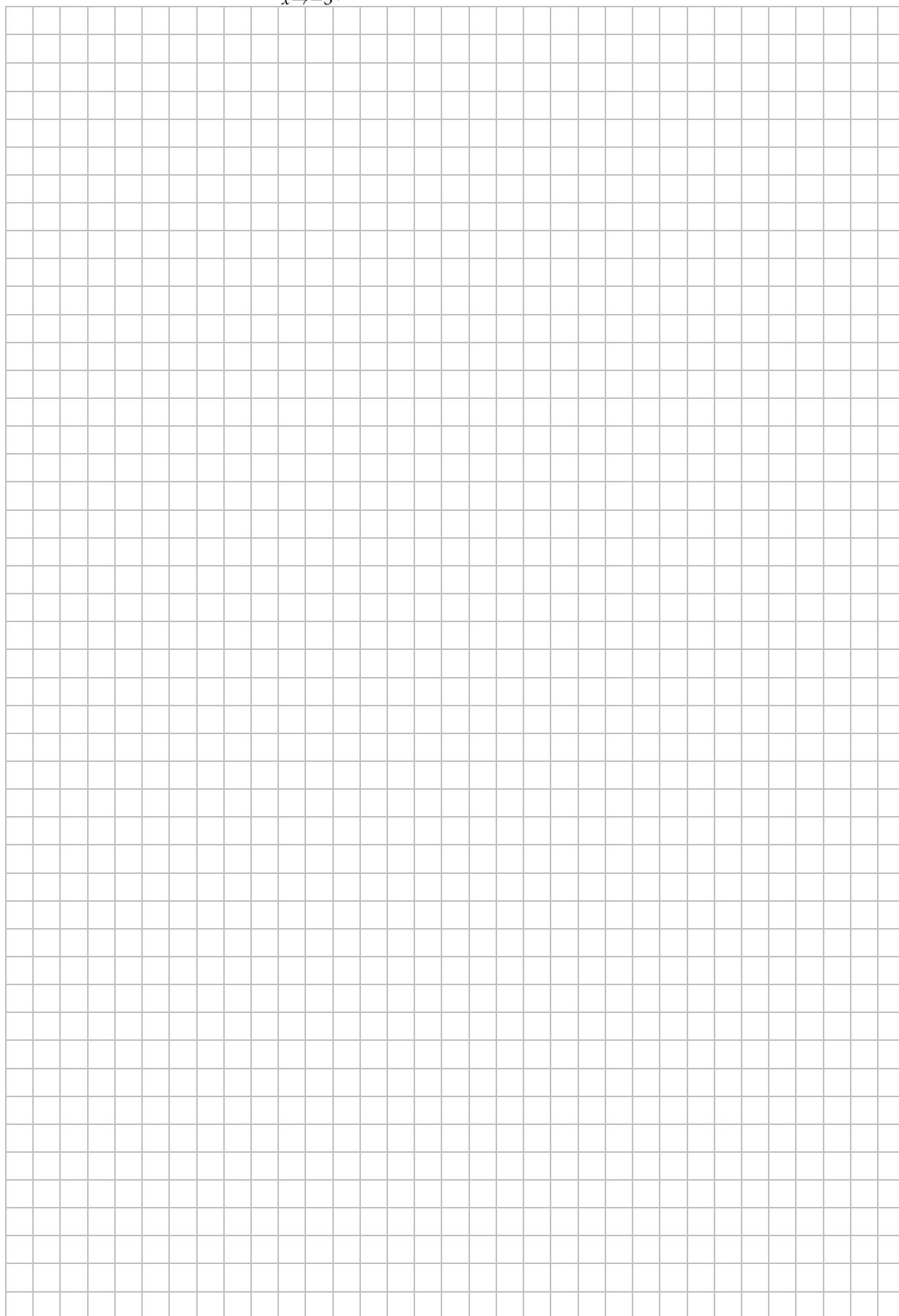
## ZADANIE 5 (1 PKT)

Dziedziną funkcji  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x^2+5x-6}} - \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+5x-6}}$  jest

- A)  $(1, +\infty)$                       B)  $(-6, 0) \cup (1, +\infty)$                       C)  $(0, +\infty)$                       D)  $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$

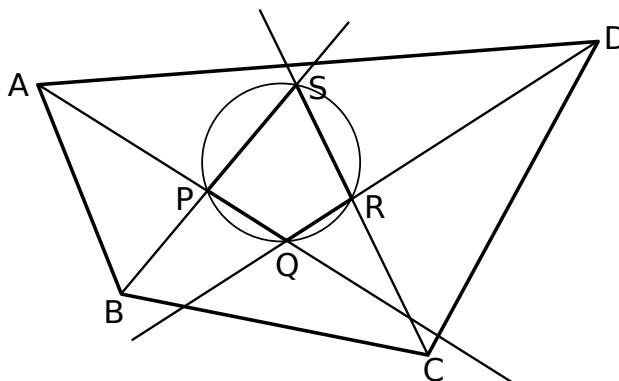
ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną  $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\log_{0,5}(3+x)}{3+x}$ .

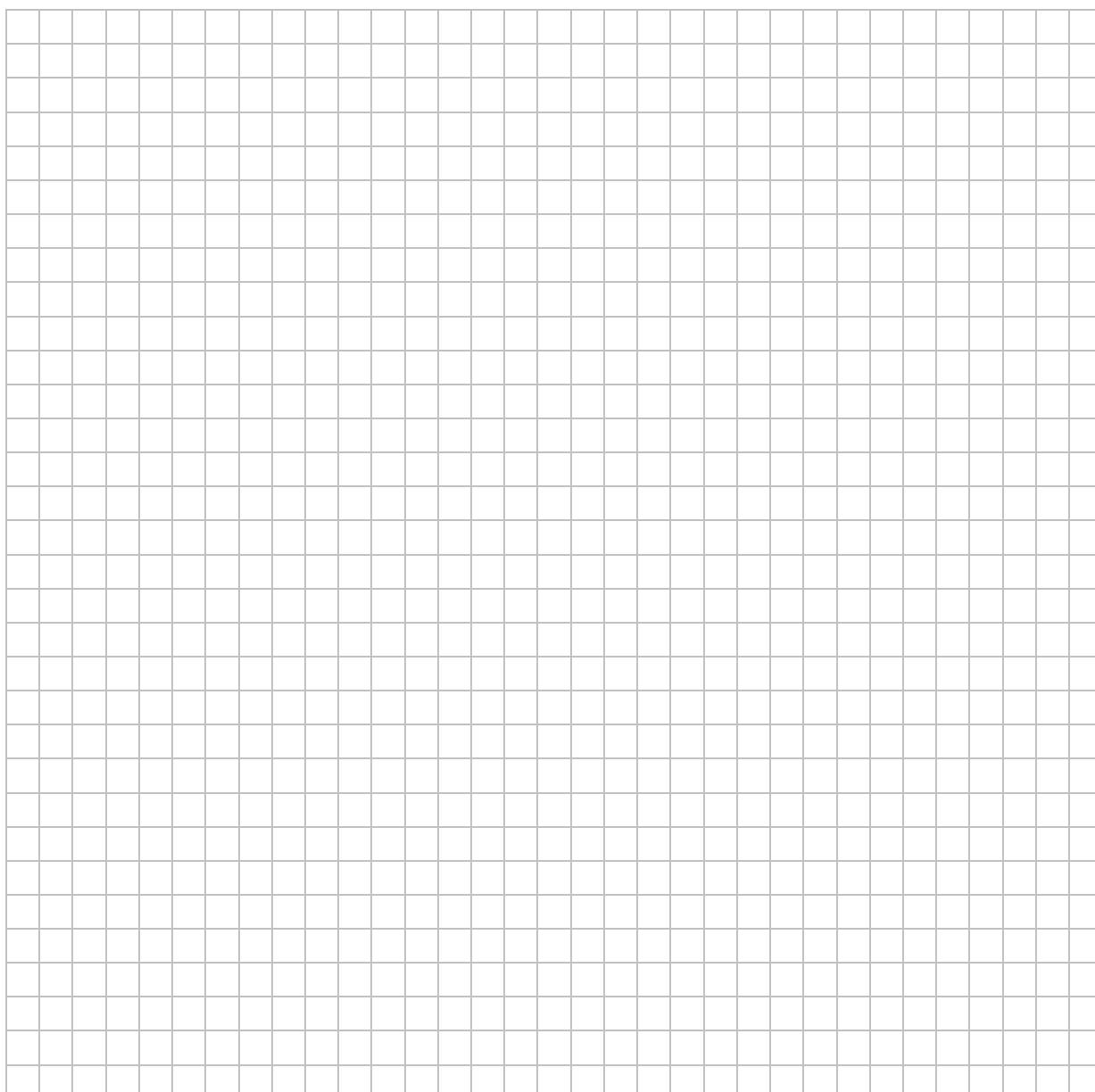


ZADANIE 7 (3 PKT)

Z wierzchołków czworokąta  $ABCD$  poprowadzono półproste, które przecinają się w wierzchołkach czworokąta  $PQRS$  wpisanego w okrąg (zobacz rysunek).



Wykaż, że jeżeli półproste  $AP$ ,  $BQ$  i  $CR$  są dwusiecznymi odpowiednio kątów  $DAB$ ,  $ABC$  i  $BCD$ , to półprosta  $DR$  jest dwusieczną kąta  $CDA$ .



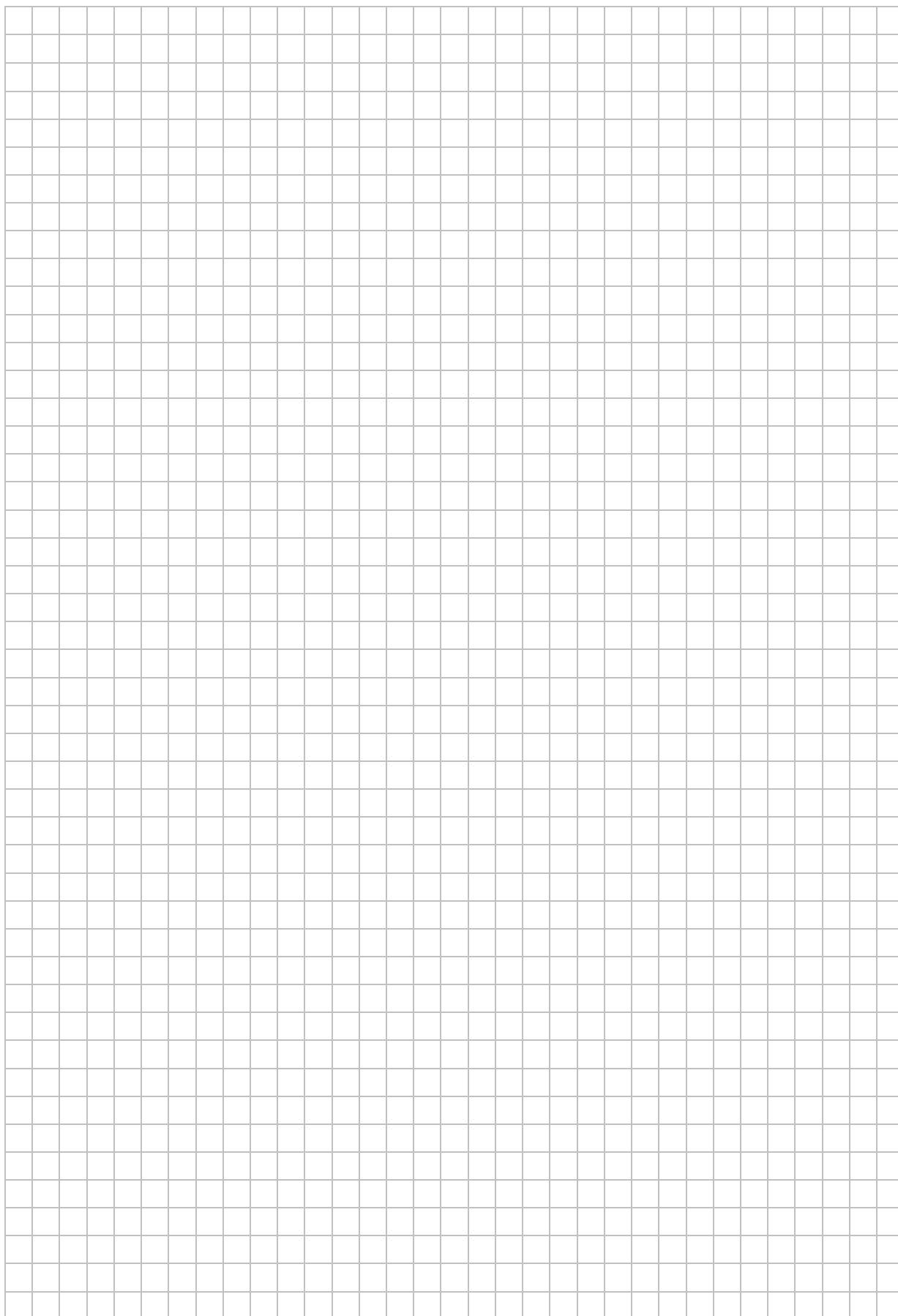
ZADANIE 8 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli wielomian  $W(x)$  jest podzielny przez  $(x + 3)^3$ , to wielomian  $W'(x)$  jest podzielny przez  $(x + 3)^2$ .



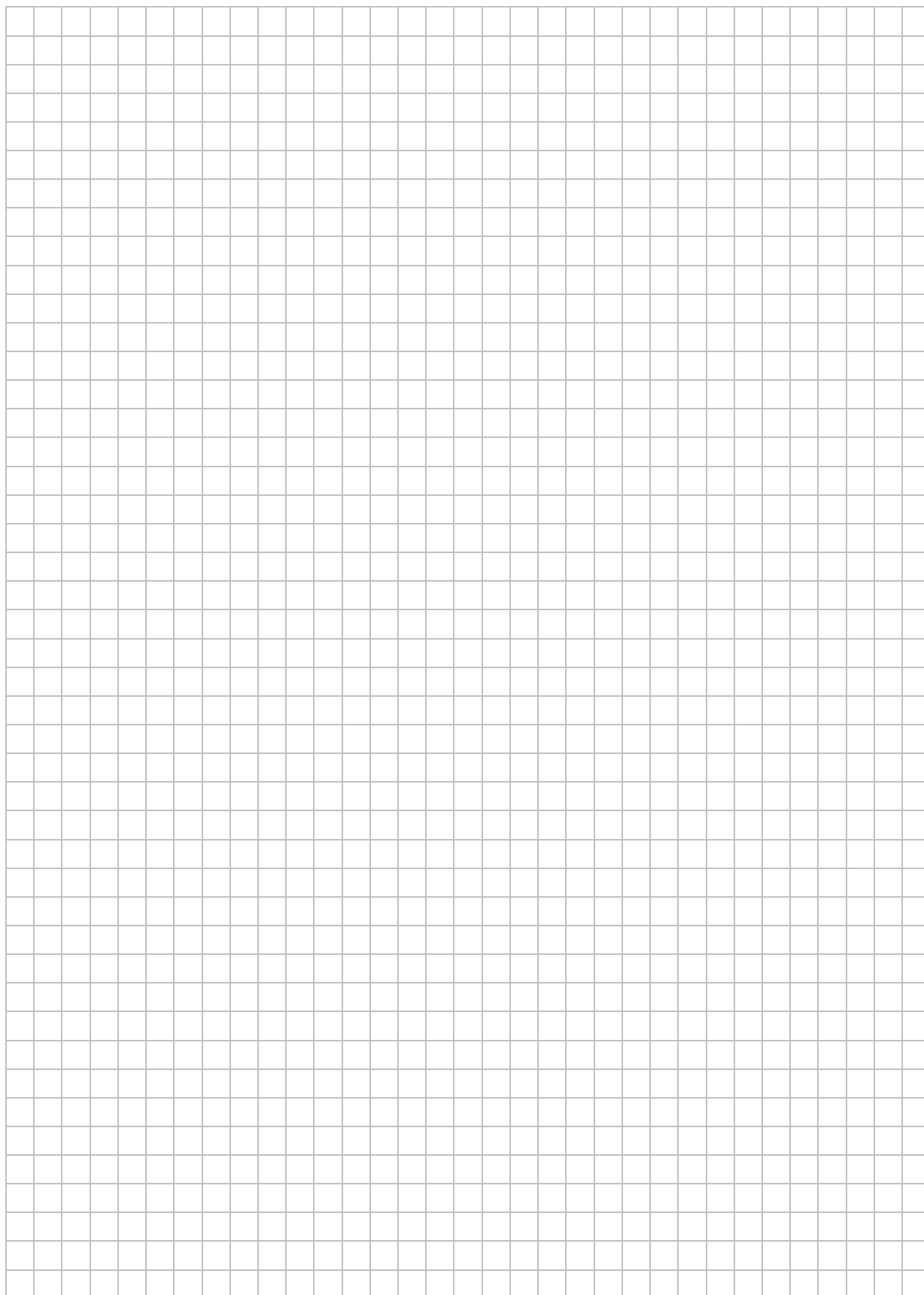
ZADANIE 9 (3 PKT)

Rozwiąż równanie  $16 \sin^4 x + 8 \cos 2x = 5$  w przedziale  $\langle -2\pi, -\pi \rangle$ .



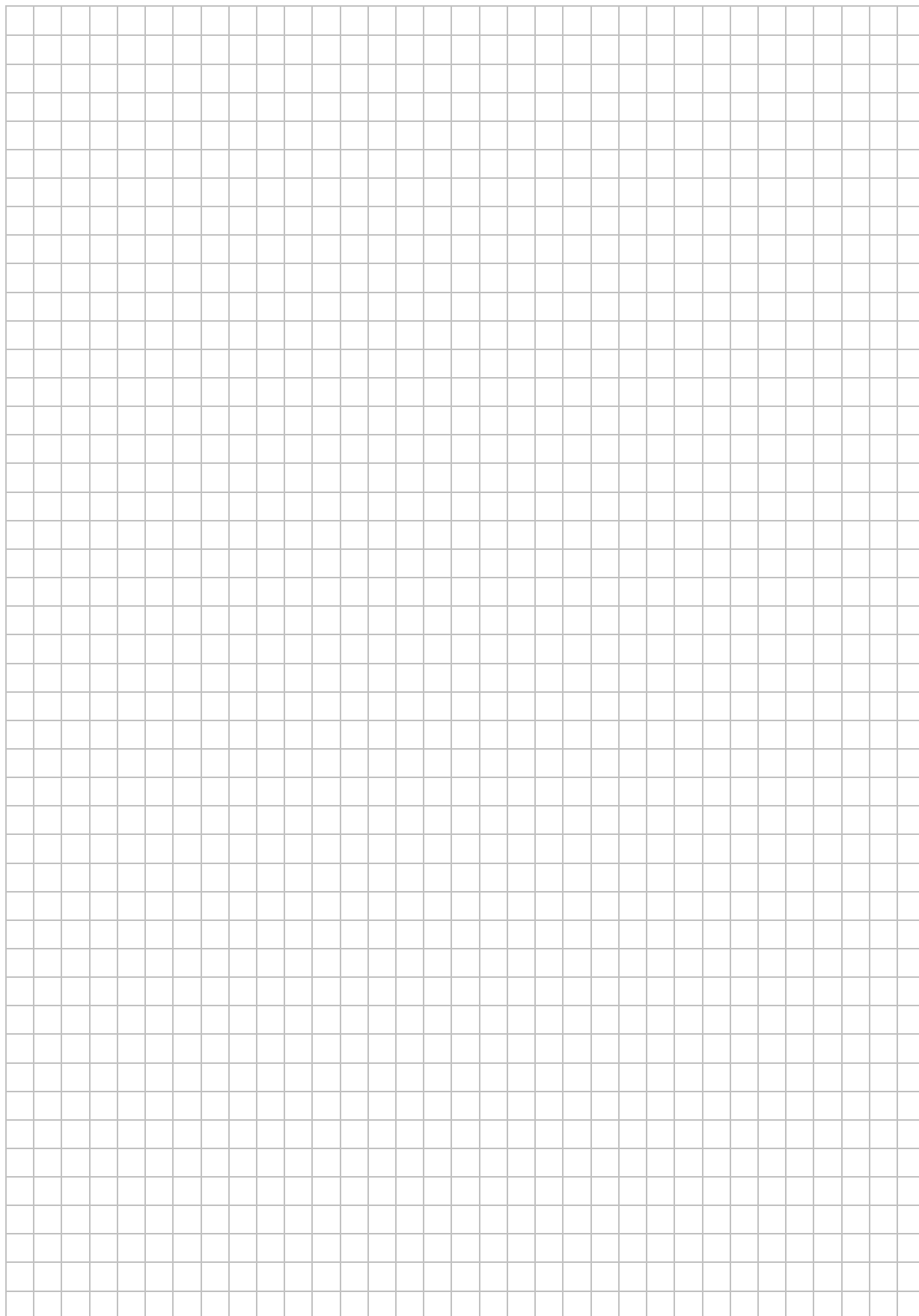
ZADANIE 10 (3 PKT)

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji  $f$ , które są równoległe do prostej o równaniu  $y = 4x$ .



ZADANIE 11 (4 PKT)

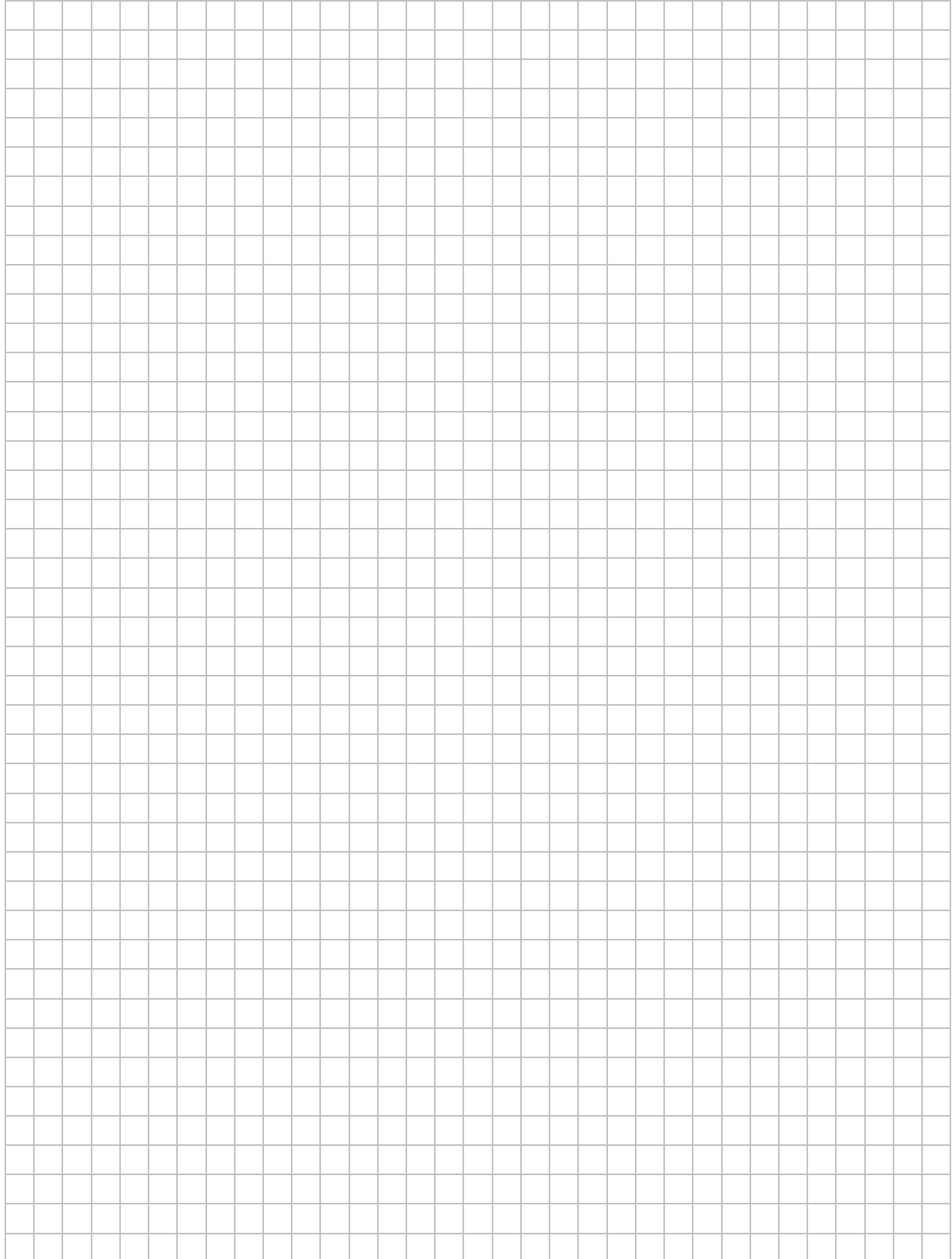
Pole trapezu równoramiennego opisanego na okręgu jest równe 80, a cosinus kąta rozwartego tego trapezu jest równy  $-\frac{3}{5}$ . Oblicz długość ramienia tego trapezu.





ZADANIE 12 (4 PKT)

W pierwszej urnie umieszczono 5 kul białych i 4 kule czarne, a w drugiej urnie 6 kul białych i 7 kul czarnych. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo wyjmujemy z drugiej urny jeszcze dwie kule koloru innego, niż kolor wylosowanej kuli. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą czarne.



ZADANIE 13 (5 PKT)

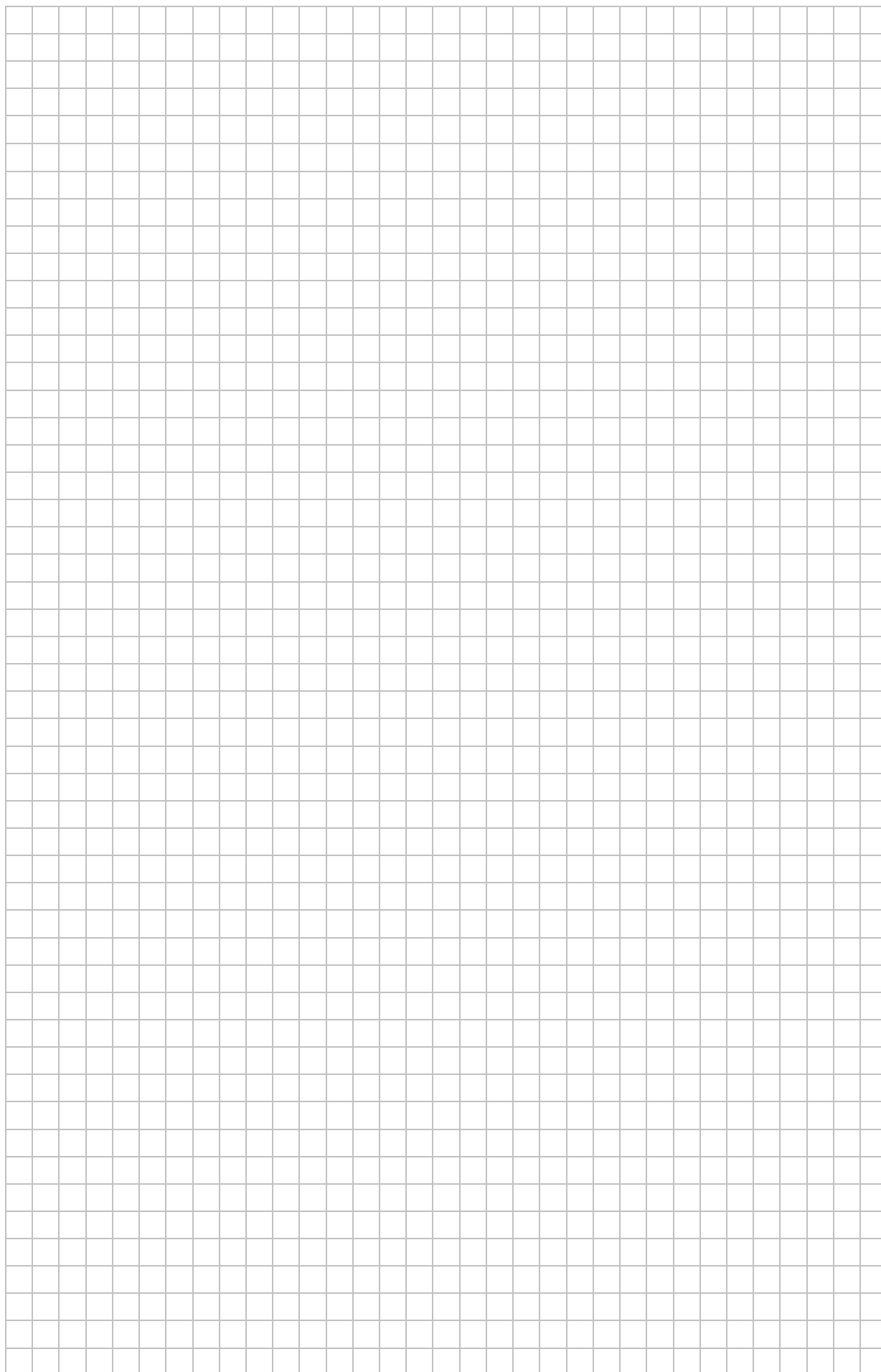
Dla jakich wartości parametru  $m$  jeden z pierwiastków równania  $(1 - 3m)x^2 + (3m - 1)x + 4m^2 = 0$  jest połową drugiego pierwiastka?



ZADANIE 14 (6 PKT)

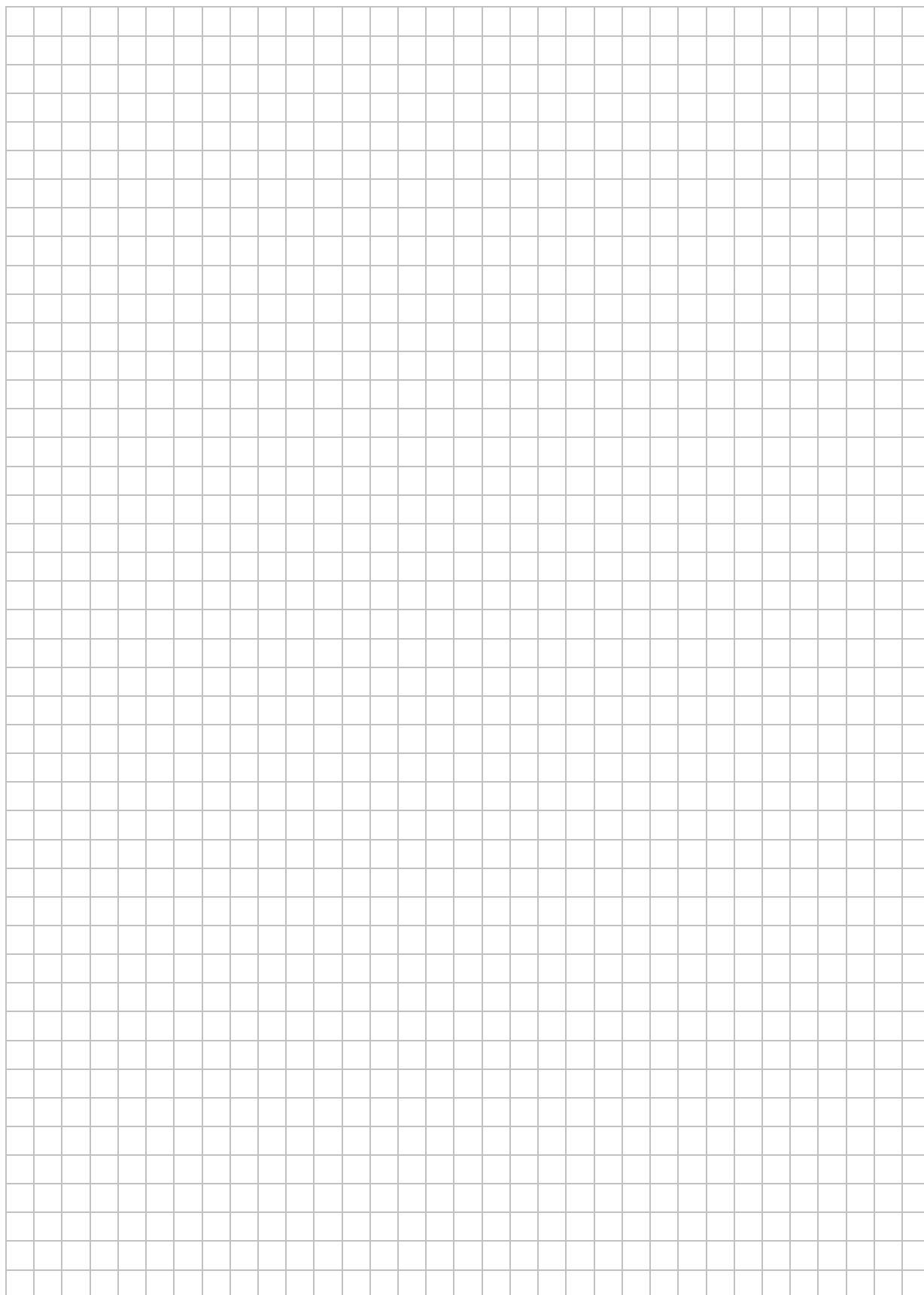
Wyznacz równanie okręgu wpisanego w deltoid, którego boki są zawarte w prostych o równaniach  $x + 3 = 0$ ,  $y + 2 = 0$ ,  $x + 2y = 3$  i  $y + 2x = 2$ .





## ZADANIE 15 (6 PKT)

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest czworokąt  $ABCD$ . Przekątna  $AC$  tego czworokąta ma długość  $10\sqrt{3}$ , a kąt  $ADC$  ma miarę  $120^\circ$ . Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość 26. Oblicz odległość środka wysokości tego ostrosłupa od krawędzi  $AS$ .



ZADANIE 16 (6 PKT)

Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt, w którym jeden bok jest dwa razy dłuższy od drugiego. Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe 1. Jakie powinny być wymiary tego prostopadłościanu, aby jego objętość była największa? Oblicz tę największą objętość.

