

## WPISUJE ZDAJĄCY

| KOD                  |                      |                      | PESEL                |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

*miejsce  
na naklejkę*

dysleksja

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

### PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

DATA: **18 grudnia 2014 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

#### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–18). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Wielomian  $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$  jest podzielny przez dwumian  $x + 1$ . Wynika stąd, że

- A.  $b = -3$       B.  $b = -1$       C.  $b = 1$       D.  $b = 3$

**Zadanie 2. (0–1)**

Okrąg o równaniu  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$  ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

- A.  $x = 0$       B.  $y = 0$       C.  $y = -x$       D.  $y = x$

**Zadanie 3. (0–1)**

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wzorem  $f(x) = x^5 + 5x - 1$

- A. ma więcej niż dwa minima lokalne.  
B. ma dokładnie dwa minima lokalne.  
C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.  
D. nie ma minimum lokalnego.

**Zadanie 4. (0–1)**

Każda liczba  $x$  należąca do przedziału otwartego  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$  spełnia nierówność

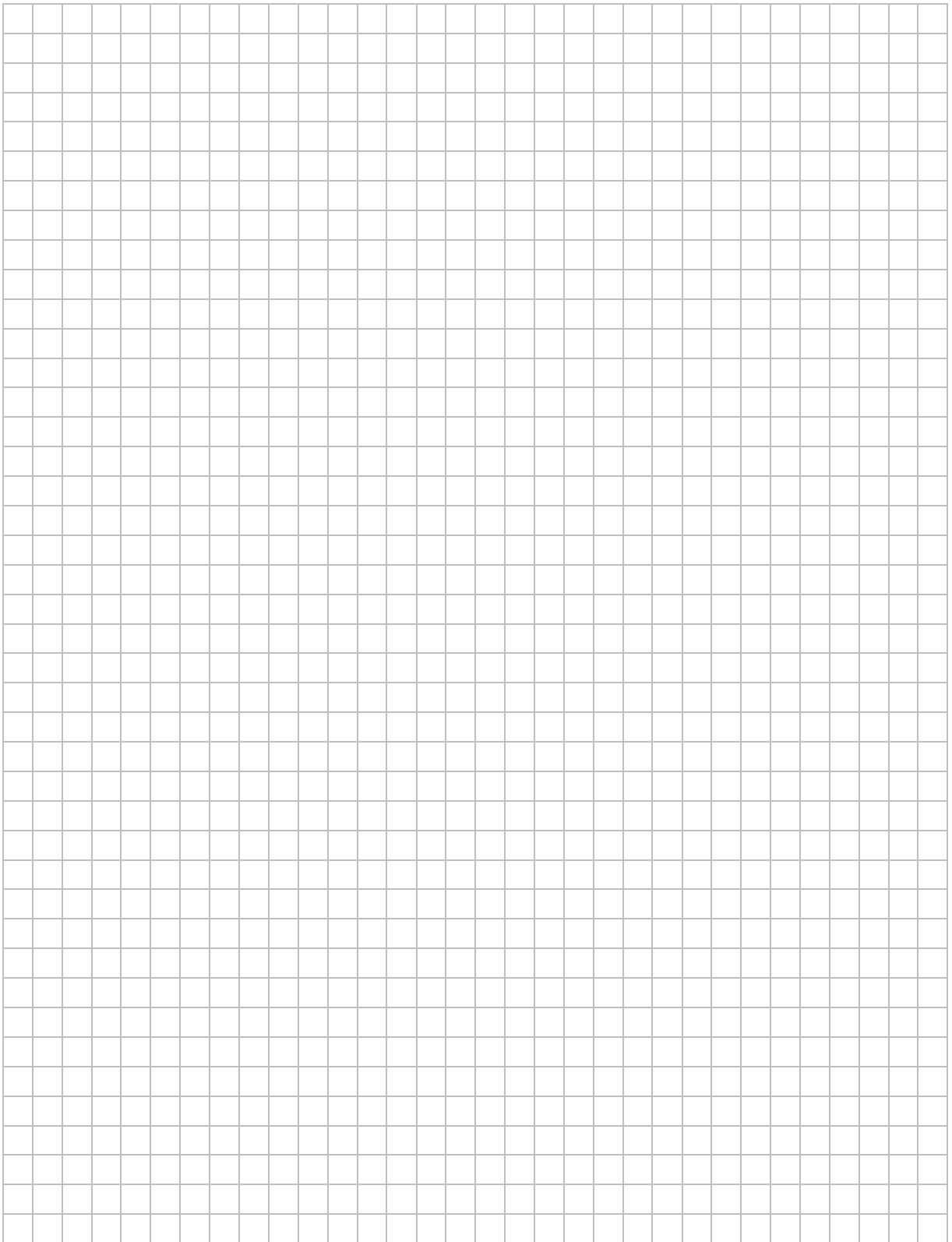
- A.  $\operatorname{tg} x > \sin x$   
B.  $\cos x > \sin x$   
C.  $\cos x > \operatorname{tg} x$   
D.  $\operatorname{tg} x > \cos x$

**Zadanie 5. (0–1)**

Funkcja  $f$  jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $f(x) = 3^{x-2} + 3$ . Prosta  $l$  ma równanie  $y = 3,3$ . Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji  $f$  i prosta  $l$ ?

- A. Zero.  
B. Jeden.  
C. Dwa.  
D. nieskończenie wiele.

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



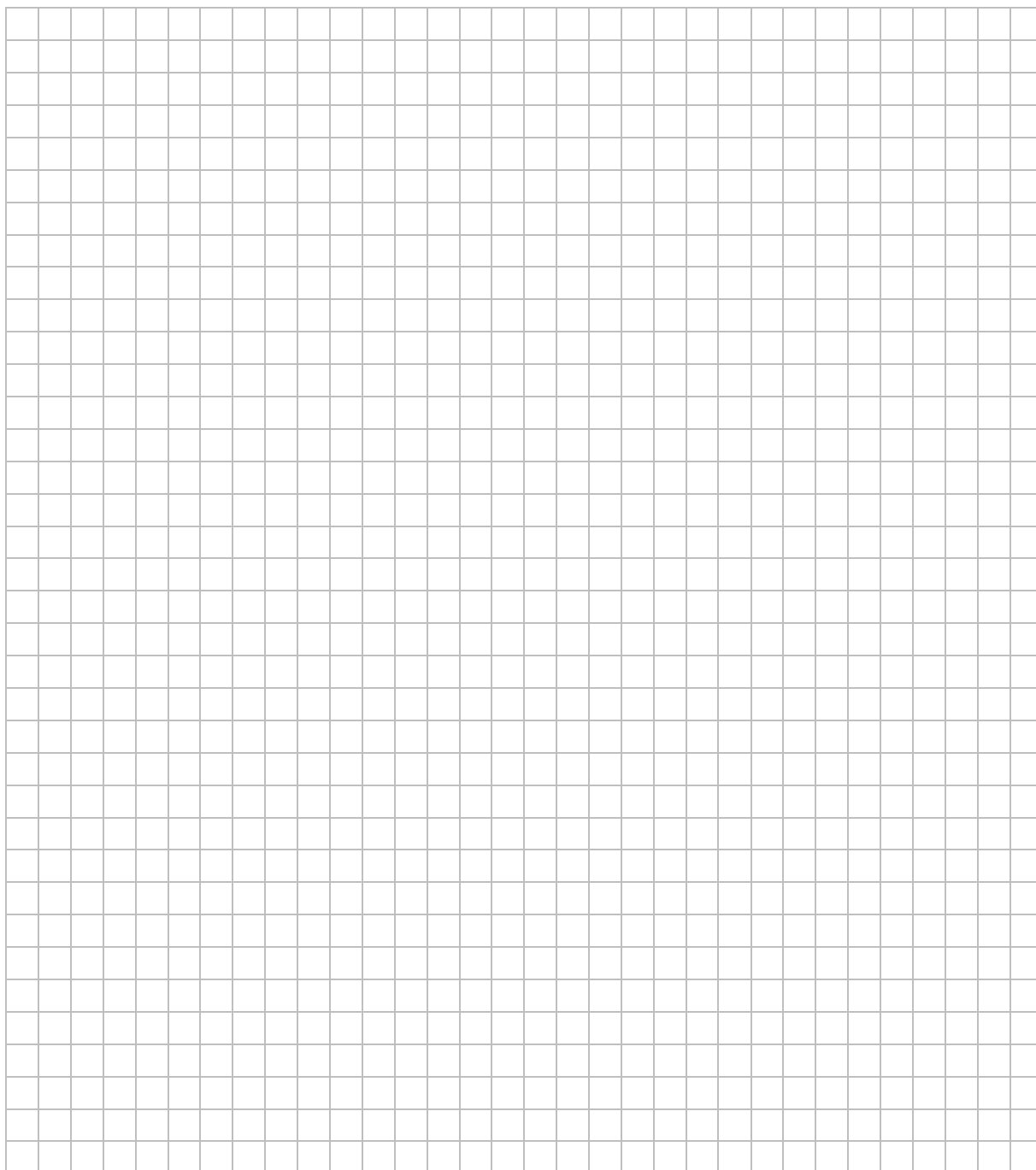
|                         |                     |    |    |    |    |    |
|-------------------------|---------------------|----|----|----|----|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |    |    |    |

W zadaniu 6. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

**Zadanie 6. (0–2)**

Dane są liczby  $a$ ,  $b$  takie, że  $a - b = 4$  i  $ab = 7$ . Oblicz  $a^3b + ab^3$ . Zakoduj w kratkach poniżej kolejno, od lewej do prawej, cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

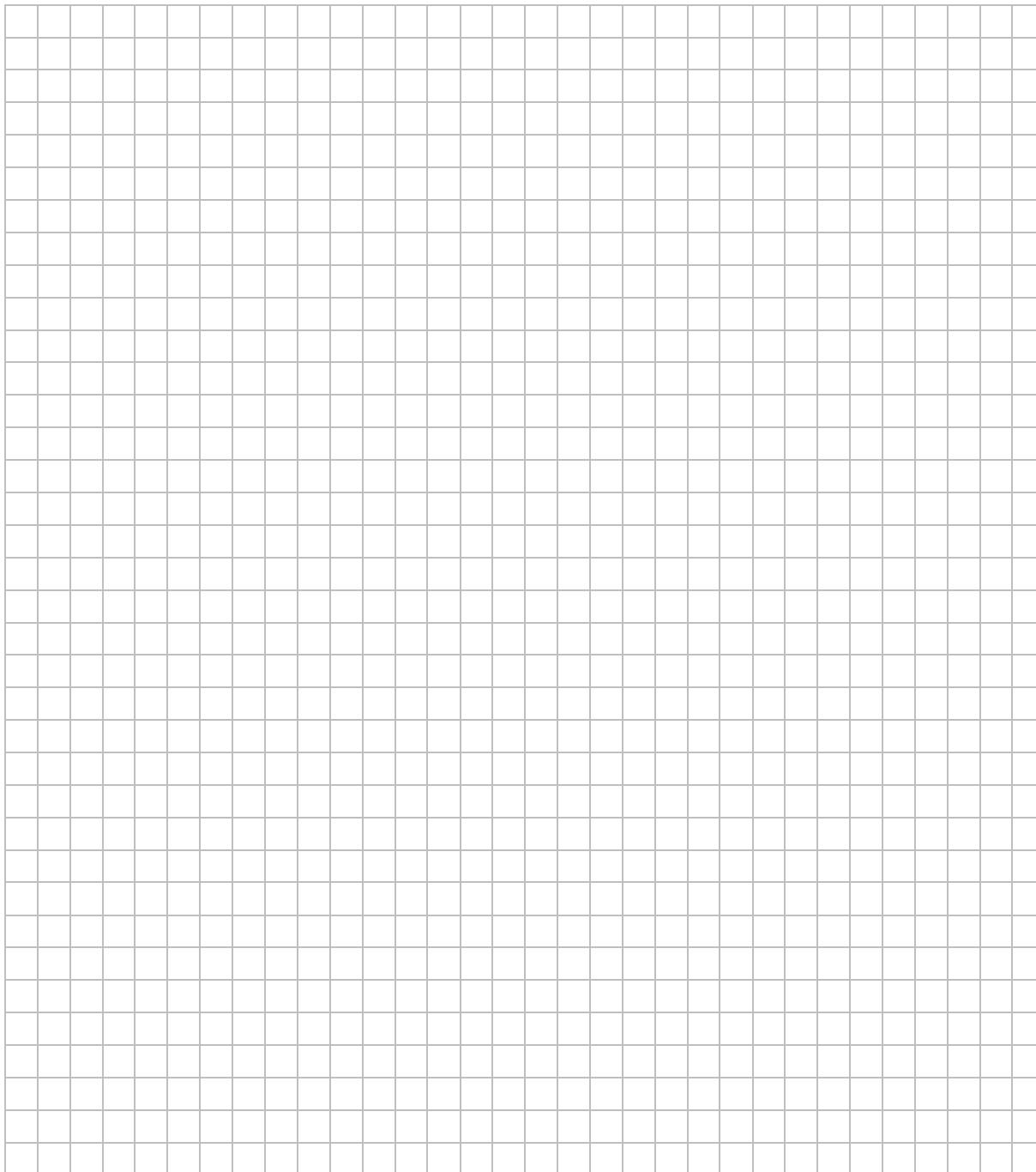
| Cyfra | setek | dziesiątek | jedności |
|-------|-------|------------|----------|
|       |       |            |          |



Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 7. (0–2)**

Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.

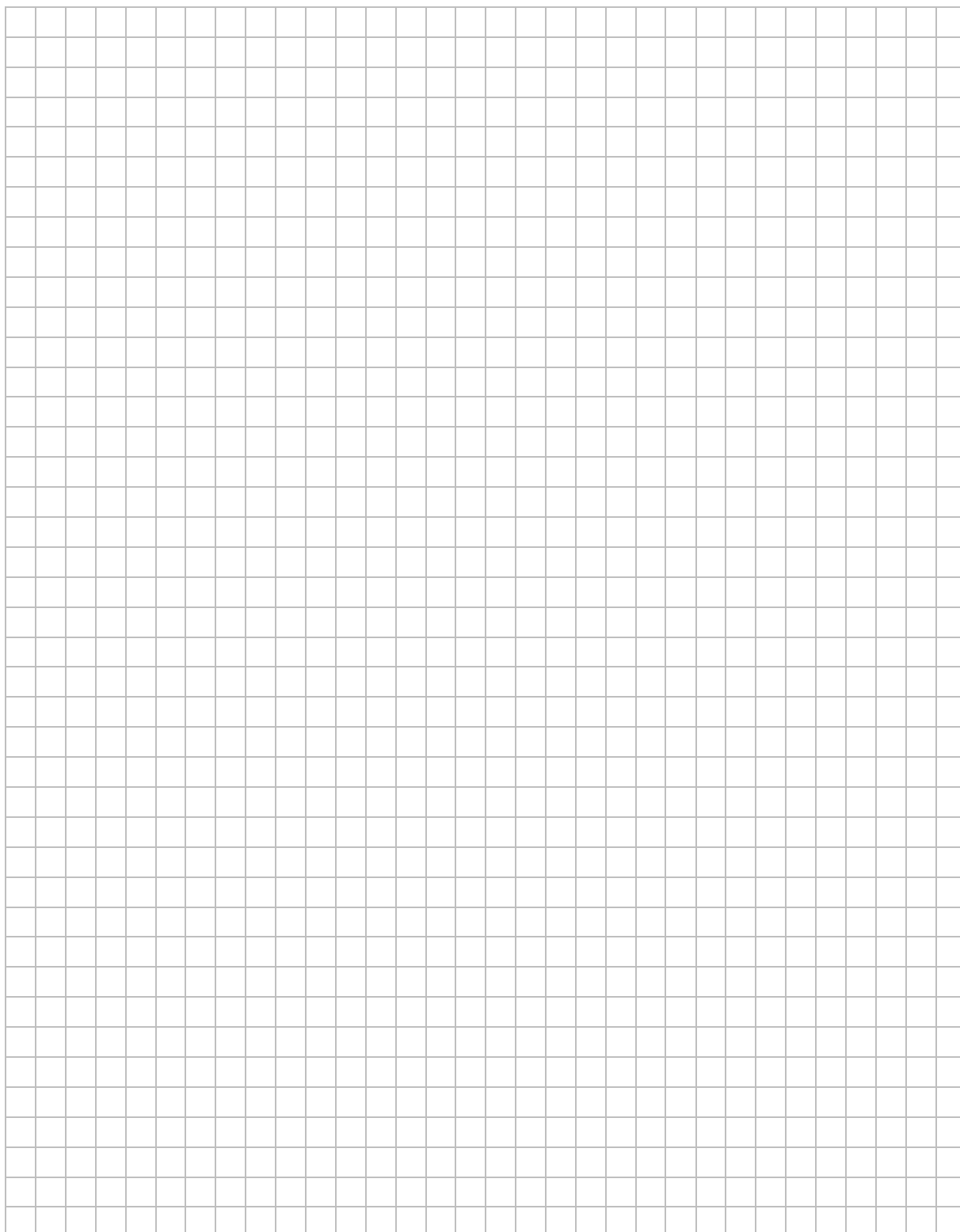


Odpowiedź: .....

|                         |                     |    |    |
|-------------------------|---------------------|----|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 6. | 7. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 2  | 2  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |

**Zadanie 8. (0–2)**

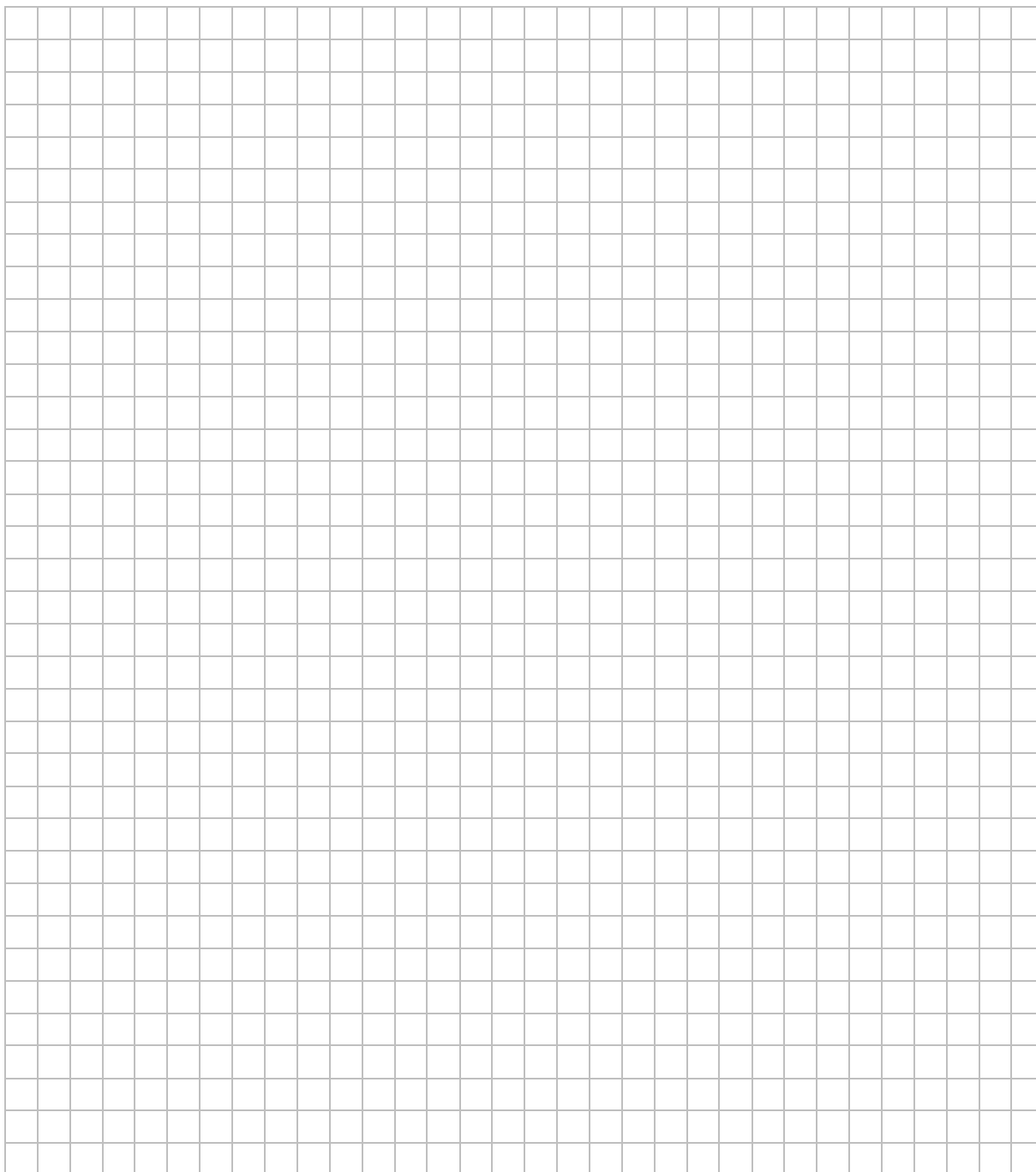
Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{n+2} - \frac{(n+2)^2}{n+444} \right)$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 9. (0–2)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 4$ . Oblicz pochodną funkcji  $f$  w punkcie  $x = 12$ .

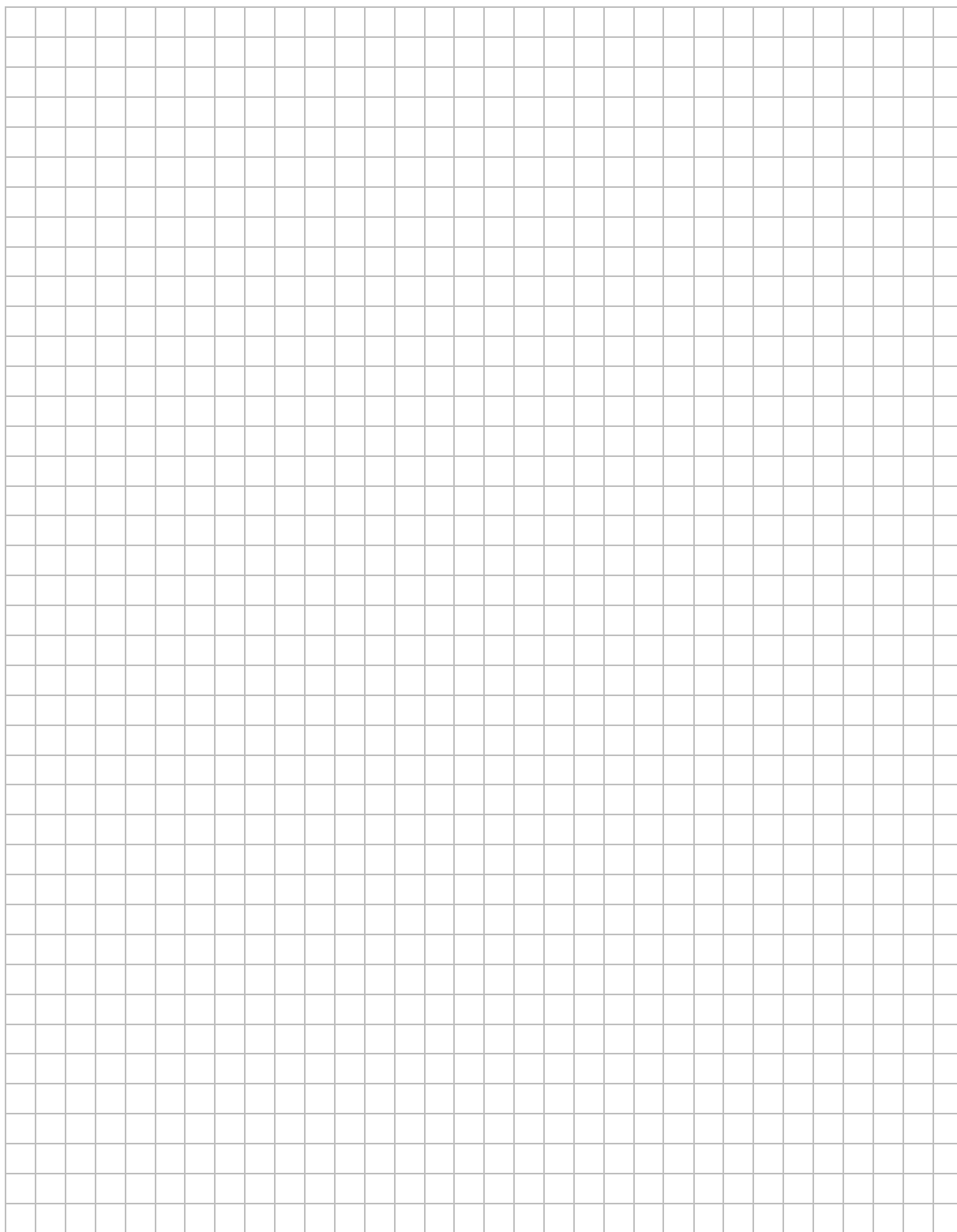


Odpowiedź: .....

|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>8.</b> | <b>9.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>2</b>  | <b>2</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

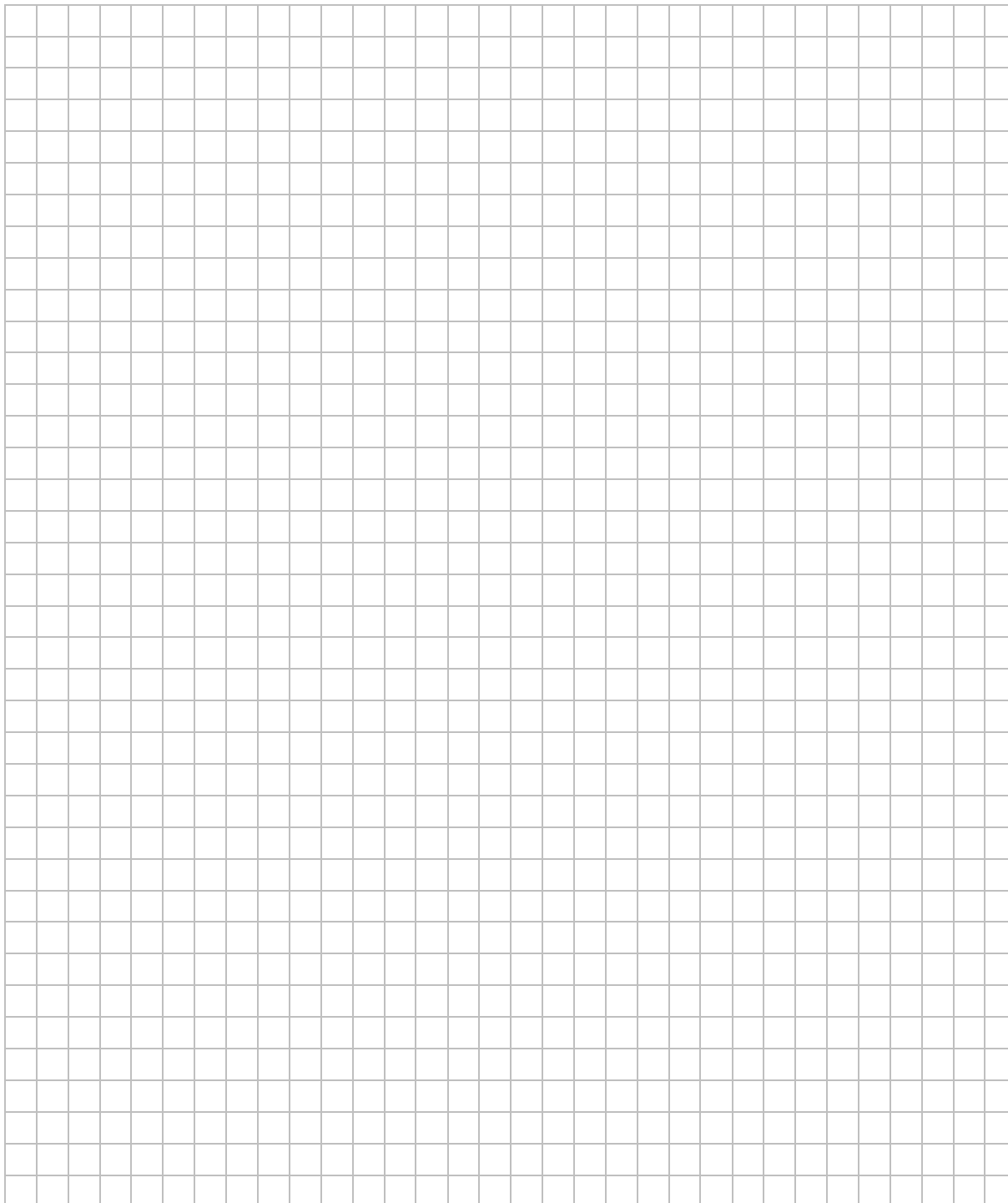
**Zadanie 10. (0–3)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = x^4$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji  $f$ , która jest równoległa do prostej  $y = 4x + 7$ .



Odpowiedź: .....



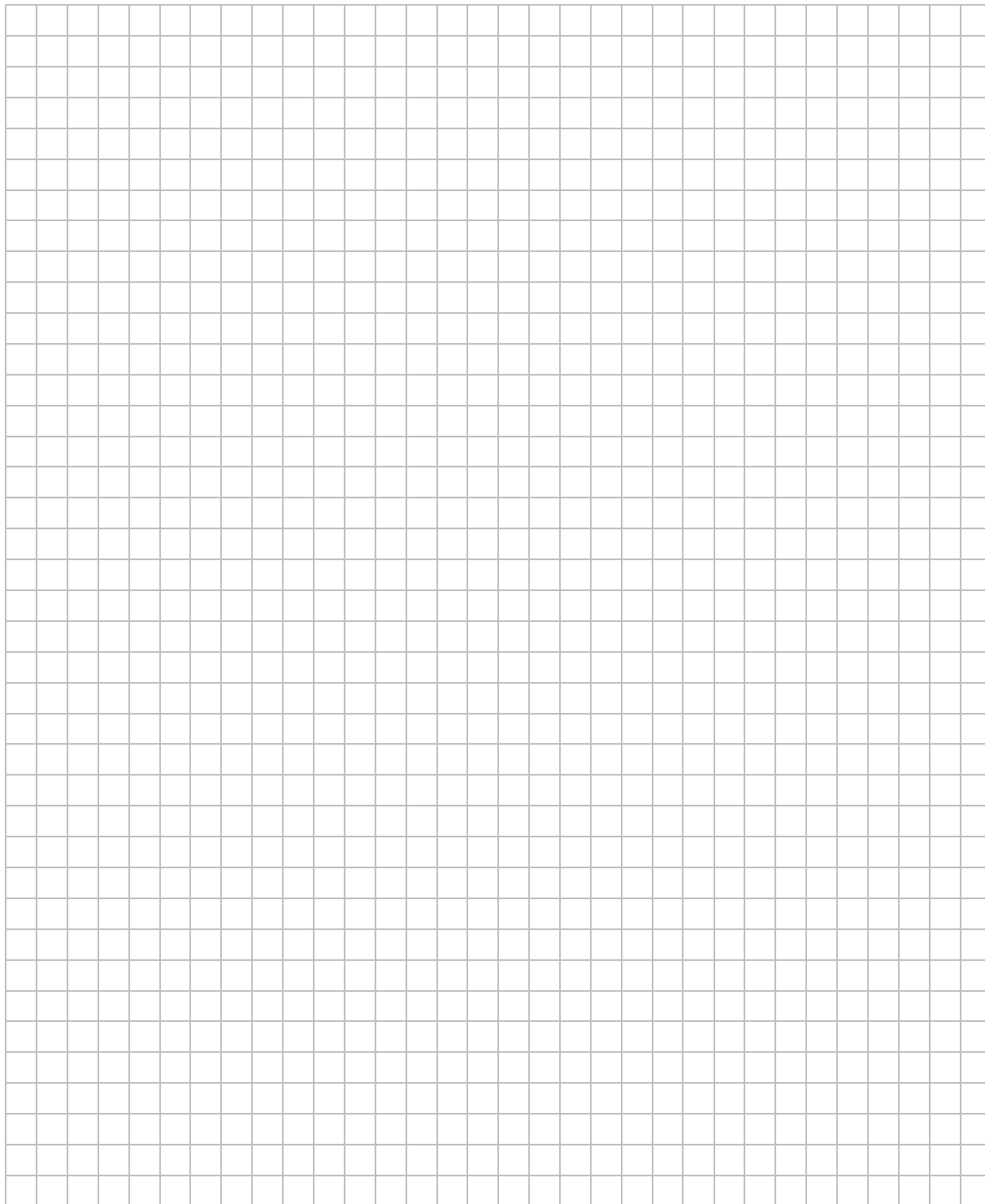
**Zadanie 11. (0–3)**Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ , spełniające równanie  $\sin 5x - \sin x = 0$ .

Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 10. | 11. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3   | 3   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |     |

**Zadanie 12. (0–3)**

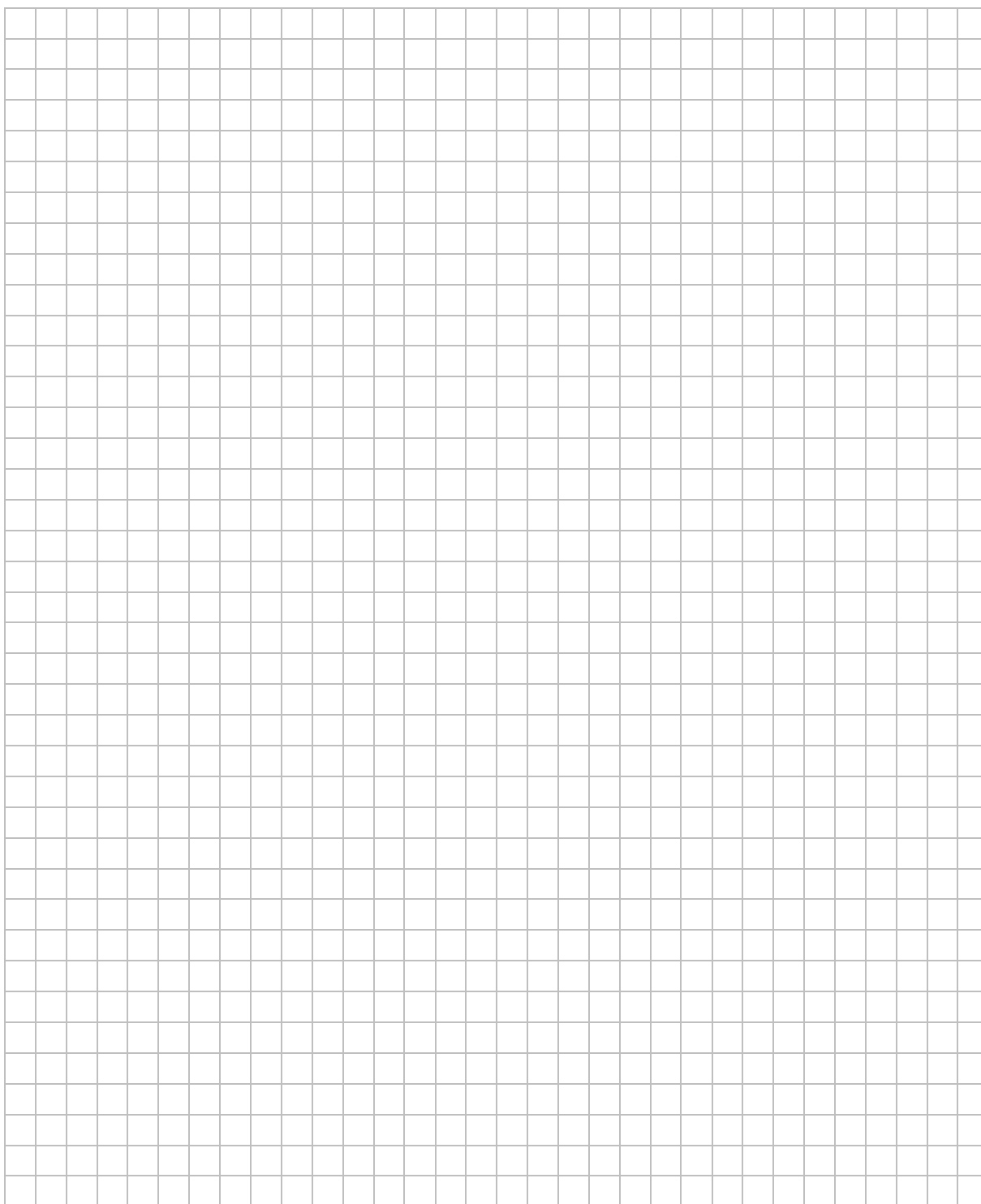
Niech  $P_n$  oznacza pole koła o promieniu  $\frac{1}{2^n}$ , dla  $n \geq 1$ . Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu  $(P_n)$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–3)**

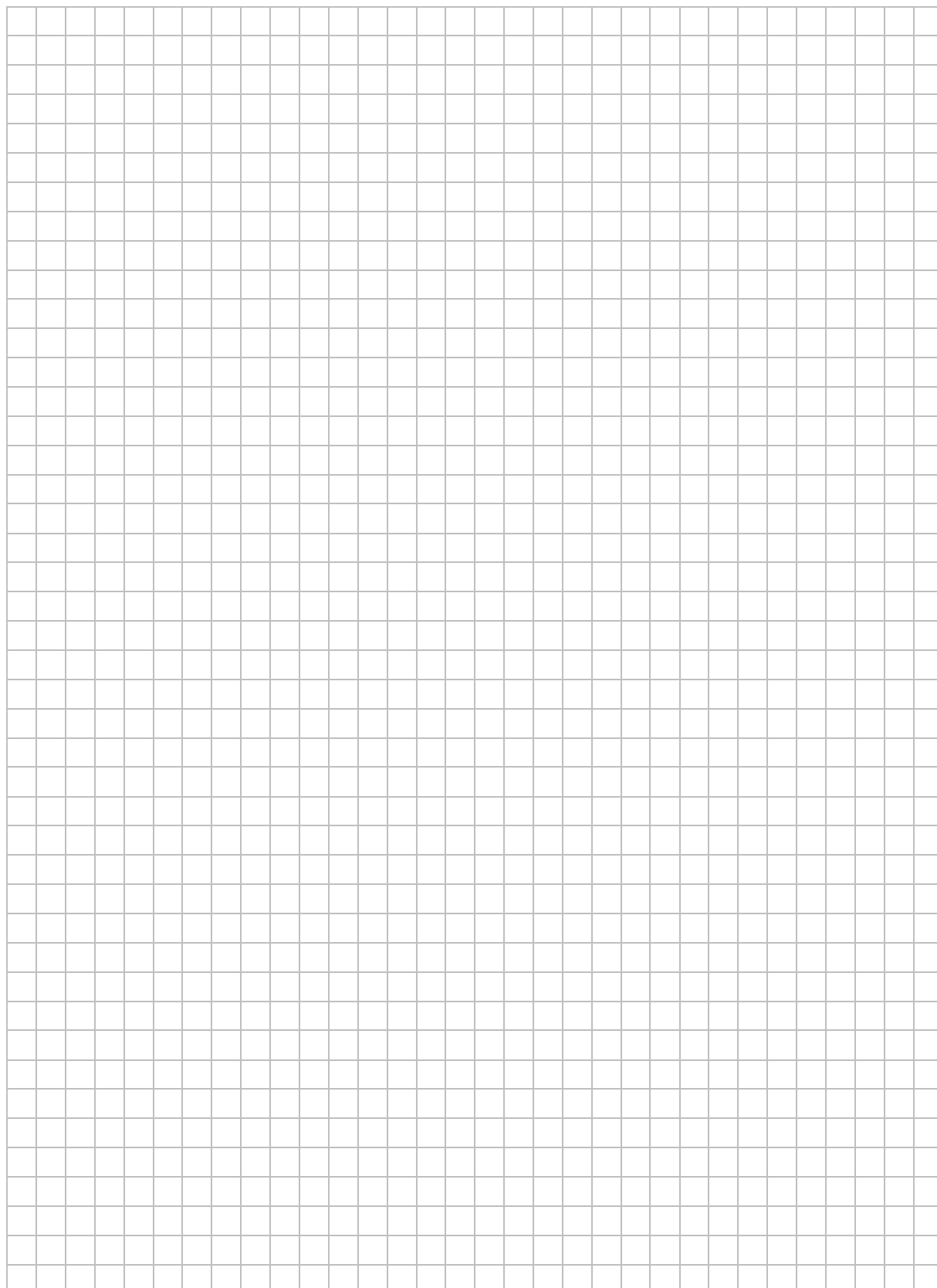
Wykaż, że jeżeli  $a > b \geq 1$ , to  $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$ .



|                         |                     |     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 12. | 13. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3   | 3   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |     |

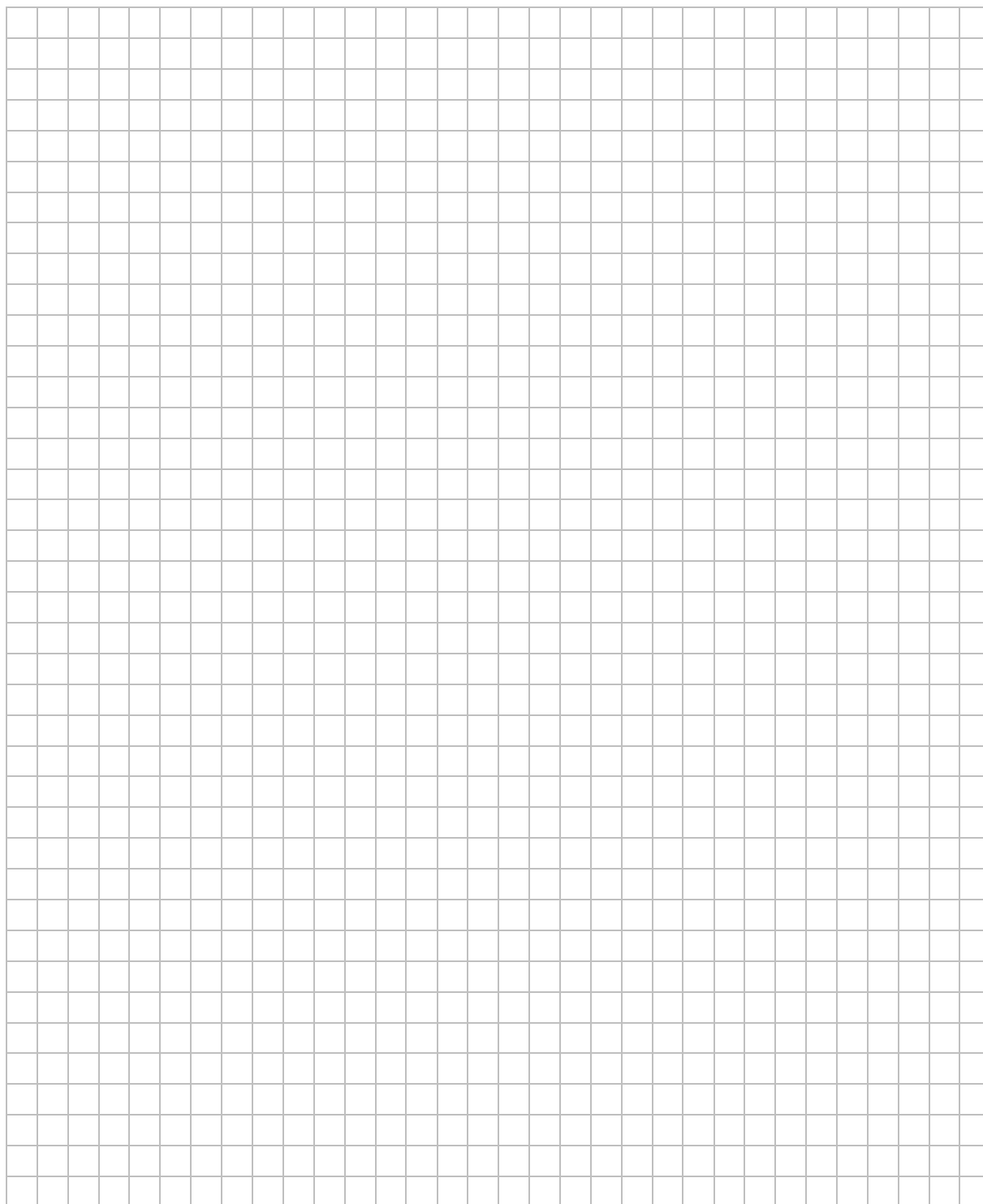
**Zadanie 14. (0–4)**

Wykaż, że jeżeli  $\alpha, \beta, \gamma$  są kątami wewnętrznymi trójkąta i  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \gamma$ , to  $\cos \gamma < 0$ .



**Zadanie 15. (0–3)**

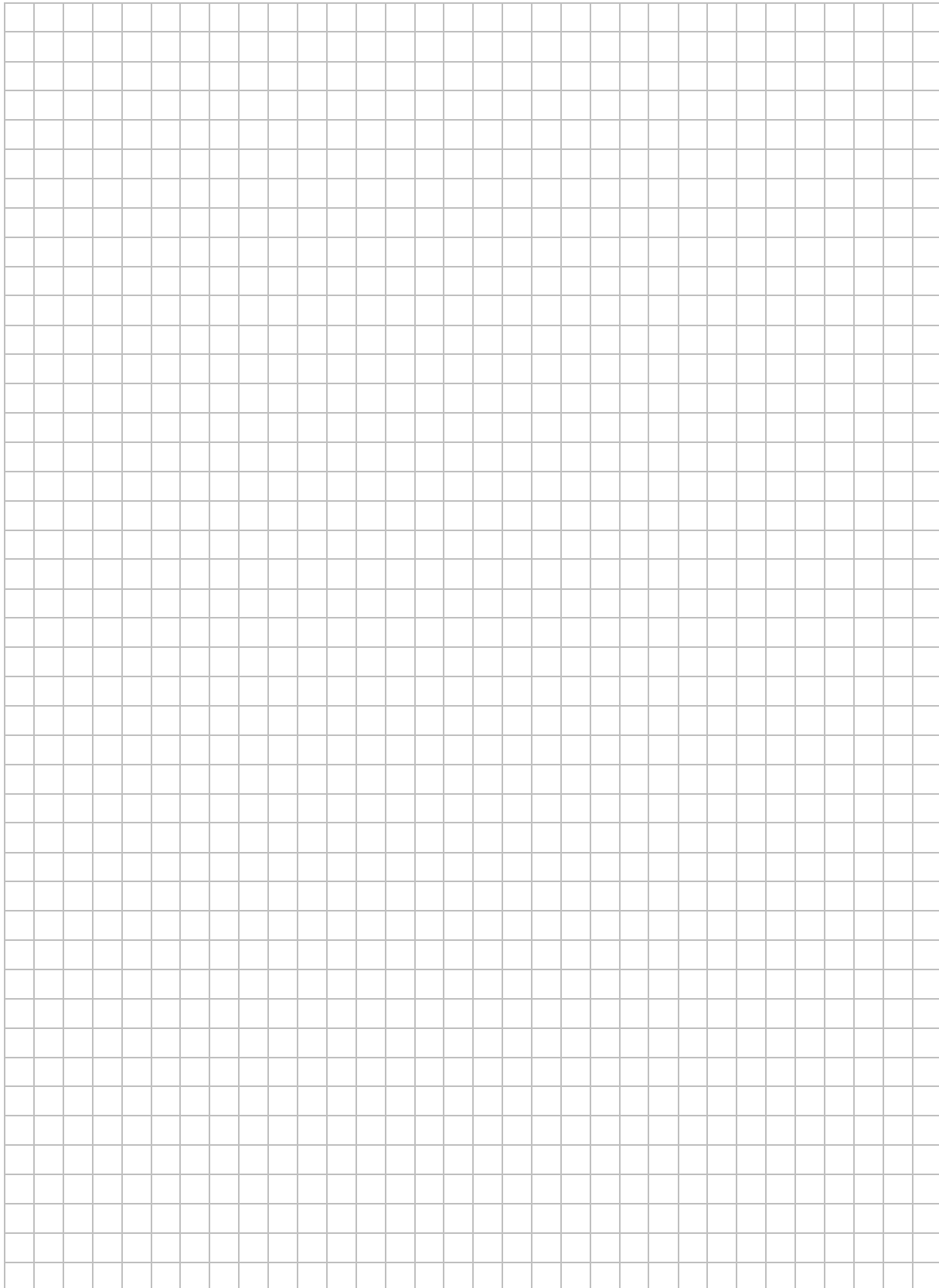
Punkt  $E$  jest środkiem boku  $BC$  prostokąta  $ABCD$ , w którym  $AB > BC$ . Punkt  $F$  leży na boku  $CD$  tego prostokąta oraz  $\sphericalangle AEF = 90^\circ$ . Udowodnij, że  $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$ .

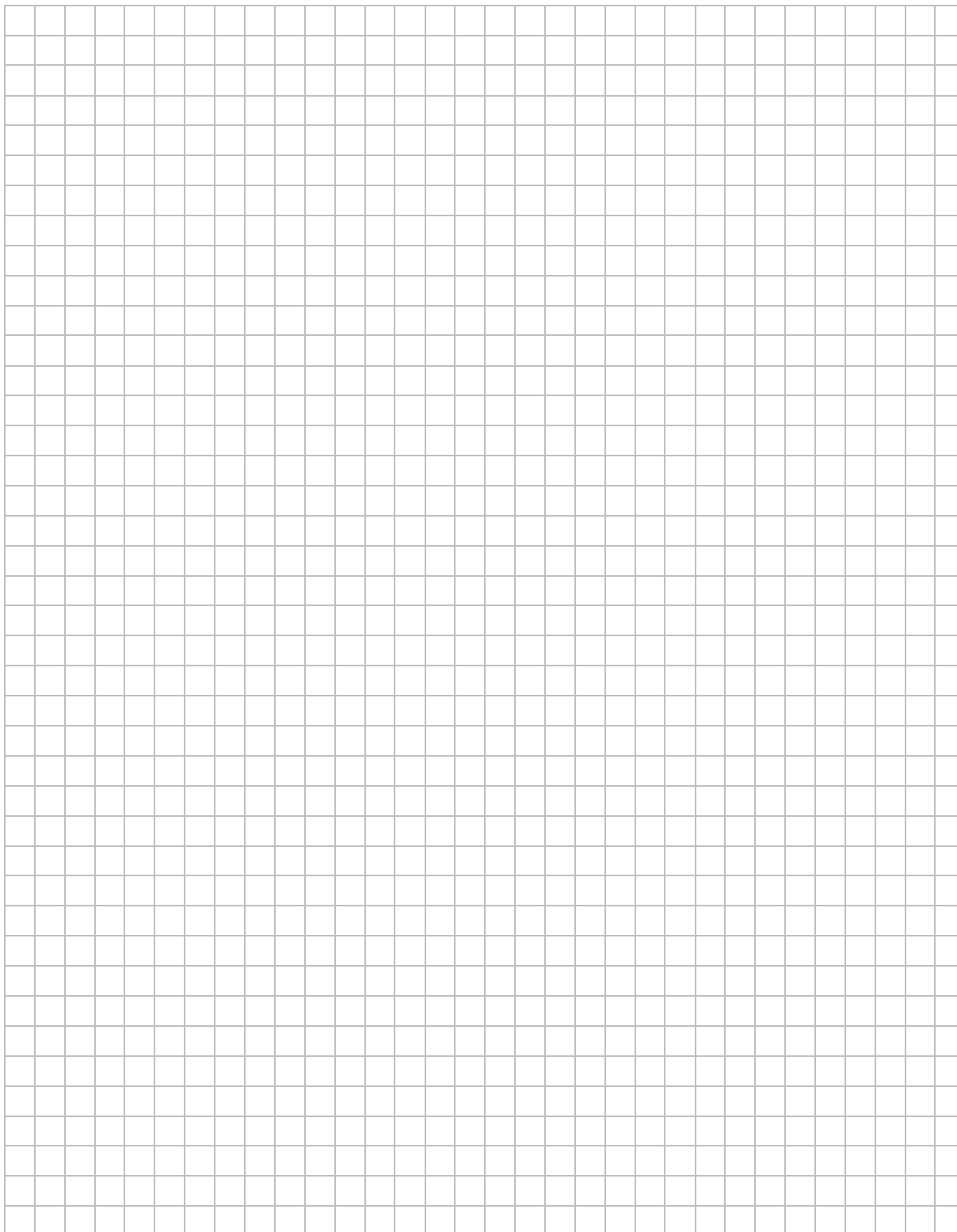


|                         |                     |     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 14. | 15. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 4   | 3   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |     |

**Zadanie 16. (0–5)**

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynekę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.



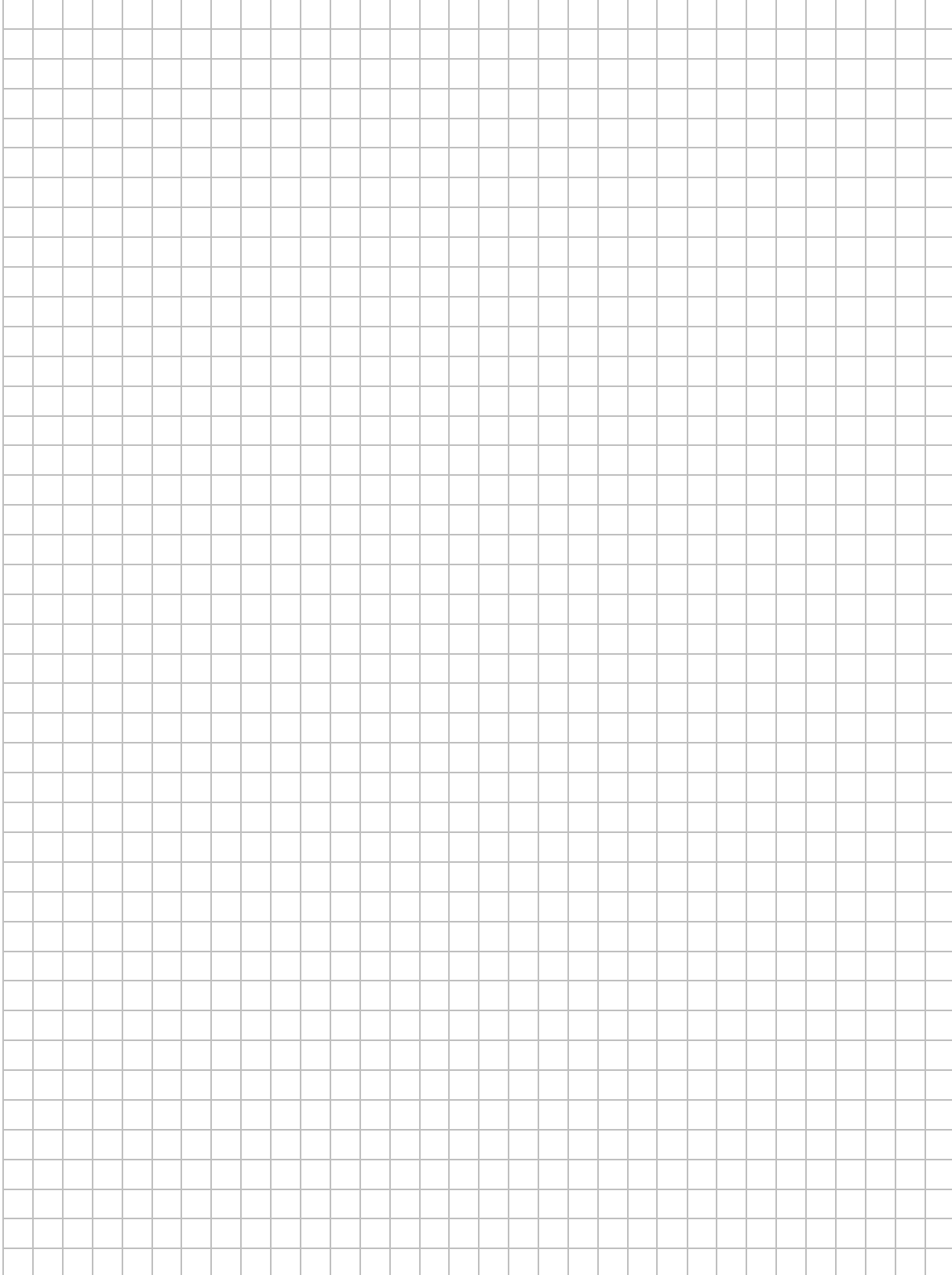


Odpowiedź: .....

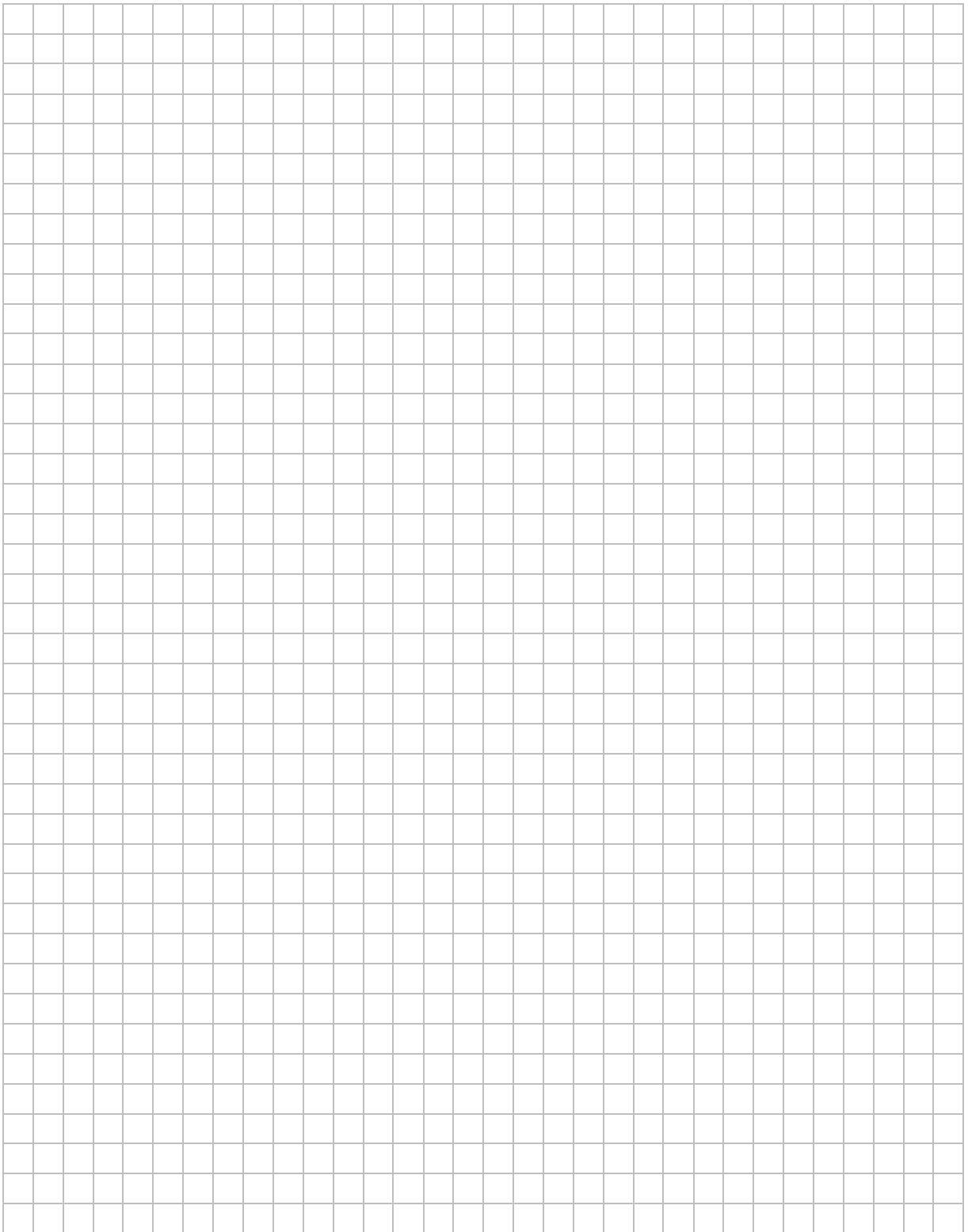
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>16.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 17. (0–6)**

Dany jest okrąg  $o_0$  o równaniu  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$ . W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi  $o_1, o_2$  styczne zewnętrznie do okręgu  $o_0$  i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów  $o_1$  oraz  $o_2$ .





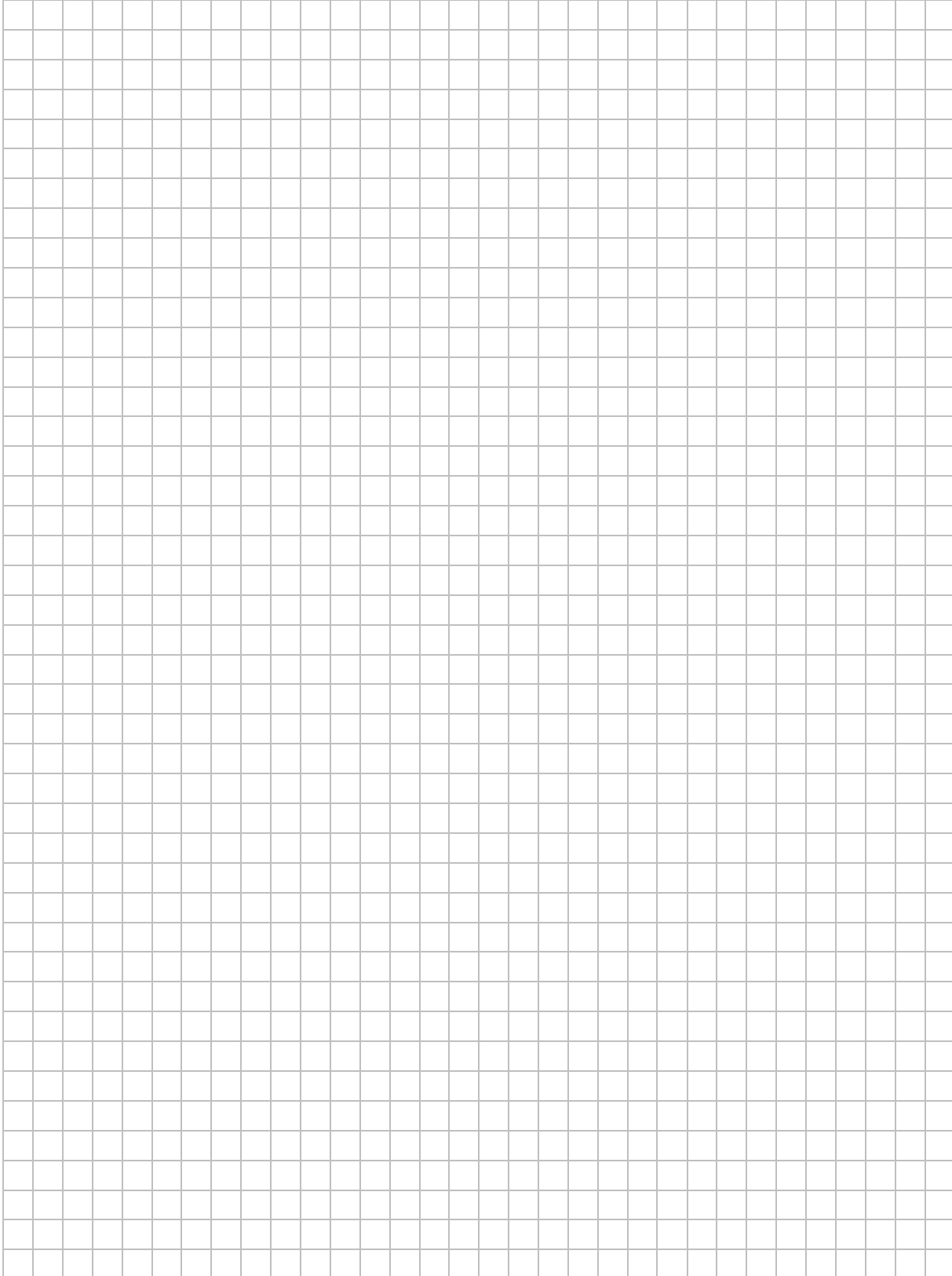


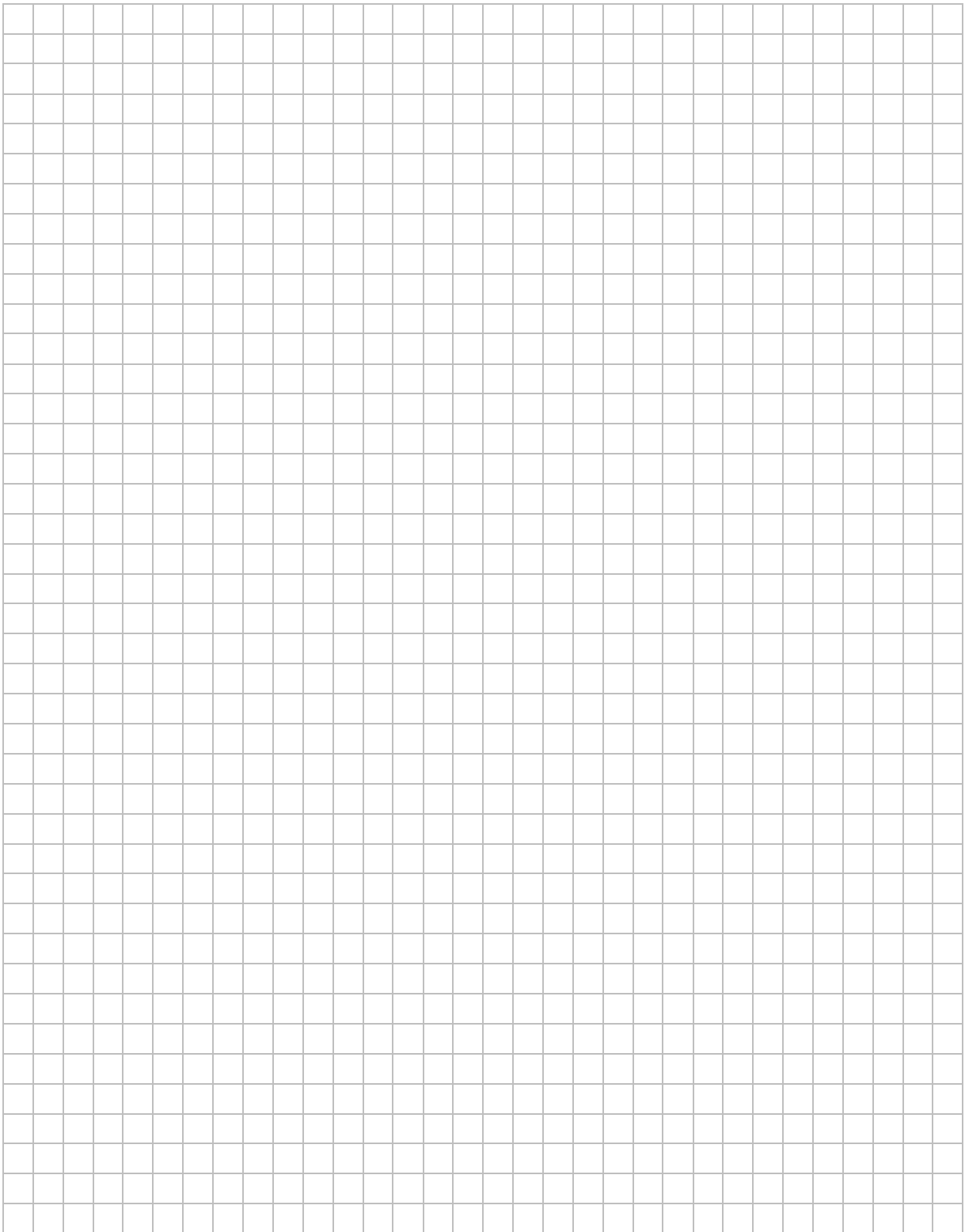
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>17.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 18. (0–7)**

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.





Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>18.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

