

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW NR 141285

WYGENEROWANY AUTOMATYCZNIE W SERWISIE

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

**Zadania zamknięte****ZADANIE 1 (1 PKT)**

Zbiór rozwiązań równania  $\log_3(x-1)^2 = 2$  jest taki sam, jak zbiór rozwiązań równania:

- A)  $x-1 = 1^3$       B)  $|x-1| = 3$       C)  $\log_3(x-1) = 1$       D)  $(x-1)^2 = 2^3$

**ZADANIE 2 (1 PKT)**

Liczba  $\frac{6}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}}$  jest równa

- A)  $2\sqrt[3]{2} - 2 + \sqrt[3]{4}$       B)  $\sqrt[3]{2} - 2 + \sqrt[3]{4}$       C)  $2\sqrt[3]{12} - 2 + \sqrt[3]{4}$       D)  $\sqrt[3]{12} - 2 + \sqrt[3]{4}$

**ZADANIE 3 (1 PKT)**

Wielomiany  $P(x) = x^3 + 4x^2 - 7x + 3$  i  $Q(x) = x^3 + 2ax^2 + (a+b)x + 3$  są równe. Zatem

- A)  $a = 2, b = -9$       B)  $a = 1, b = 3$       C)  $a = 0, b = 7$       D)  $a = 4, b = -13$

**ZADANIE 4 (1 PKT)**

Iloczyn dwóch wielomianów, z których każdy jest stopnia piątego, może być wielomianem stopnia

- A) dziesiątego      B) drugiego      C) szóstego      D) dwudziestego piątego

**ZADANIE 5 (1 PKT)**

Dany jest ciąg  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = n^3 - 1$ , gdzie  $n \in \mathbb{N}_+$ . Wówczas:

- A)  $a_{n+1} = n^3 + 3n^2 + 3n$       B)  $a_{n+1} = n^3$       C)  $a_{n+1} = n^3 + 2n^2 + 2n$       D)  $a_{n+1} = n^3 + 2$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Narysuj wykresy funkcji  $f(x) = 2|\sin x|$ .



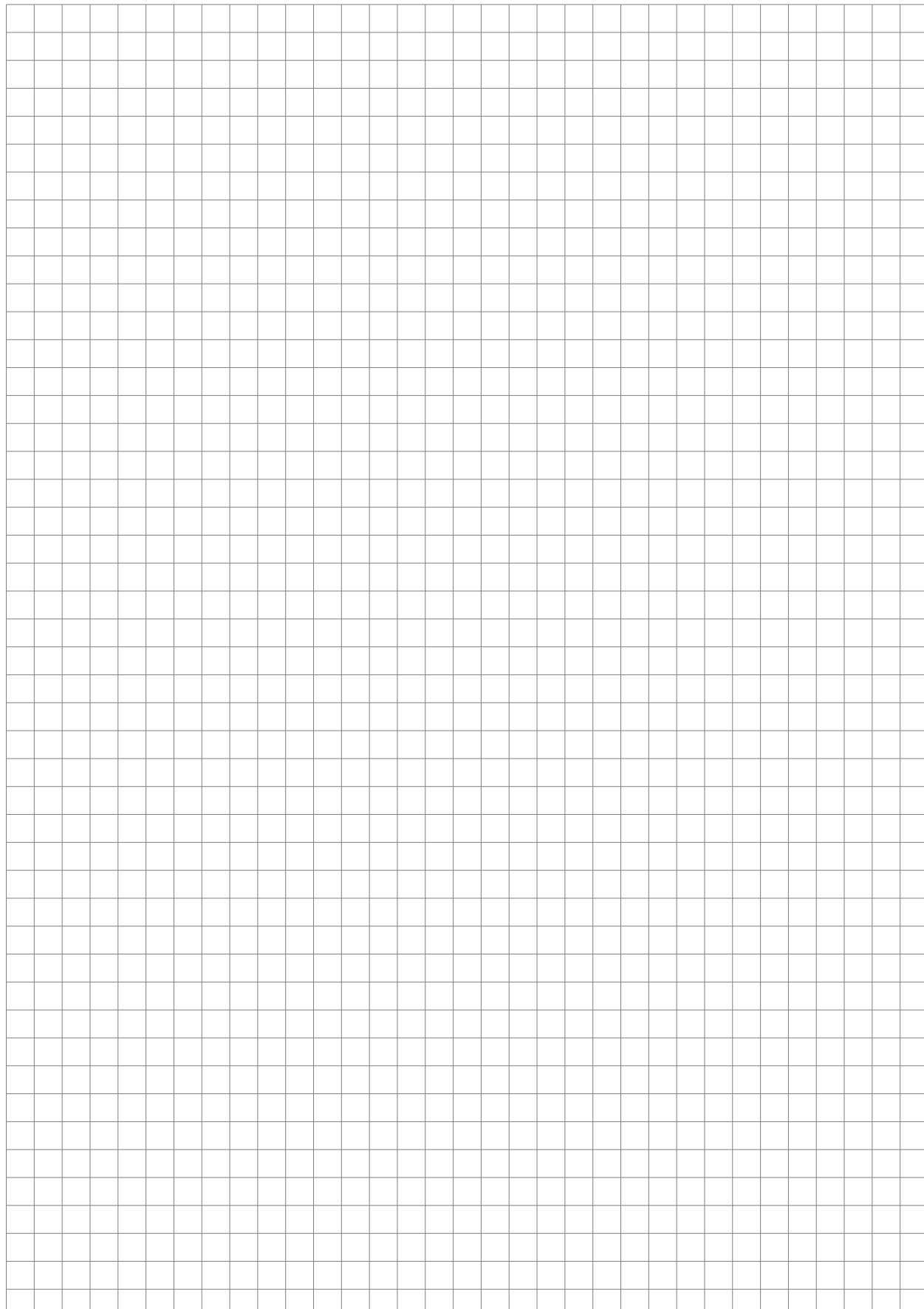
ZADANIE 7 (2 PKT)

Sprawdź, czy równe są wielomiany  $W_1(x) = (x + 2)^3 - (2x + 3)(2x - 3)$  i  $W_2(x) = (x - 5)(x^2 + 1) + 7x^2 + 11x + 22$ .



ZADANIE 8 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli kąty trójkąta:  $\alpha, \beta, \gamma$  spełniają równanie  $\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$  to trójkąt jest prostokątny.



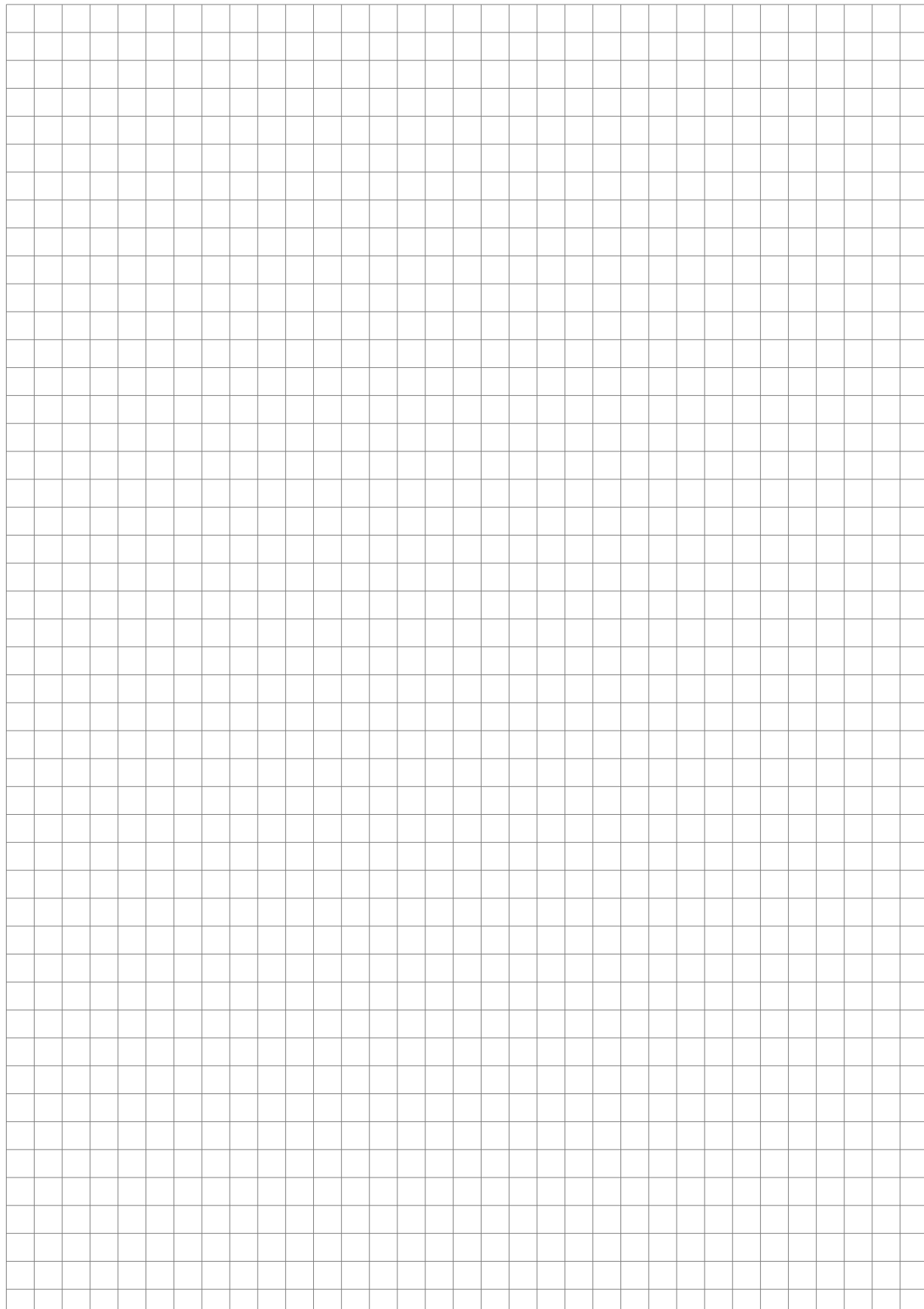
ZADANIE 9 (3 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $(m - 1)x^2 - 2mx + m = 0$  posiada 2 różne rozwiązania?



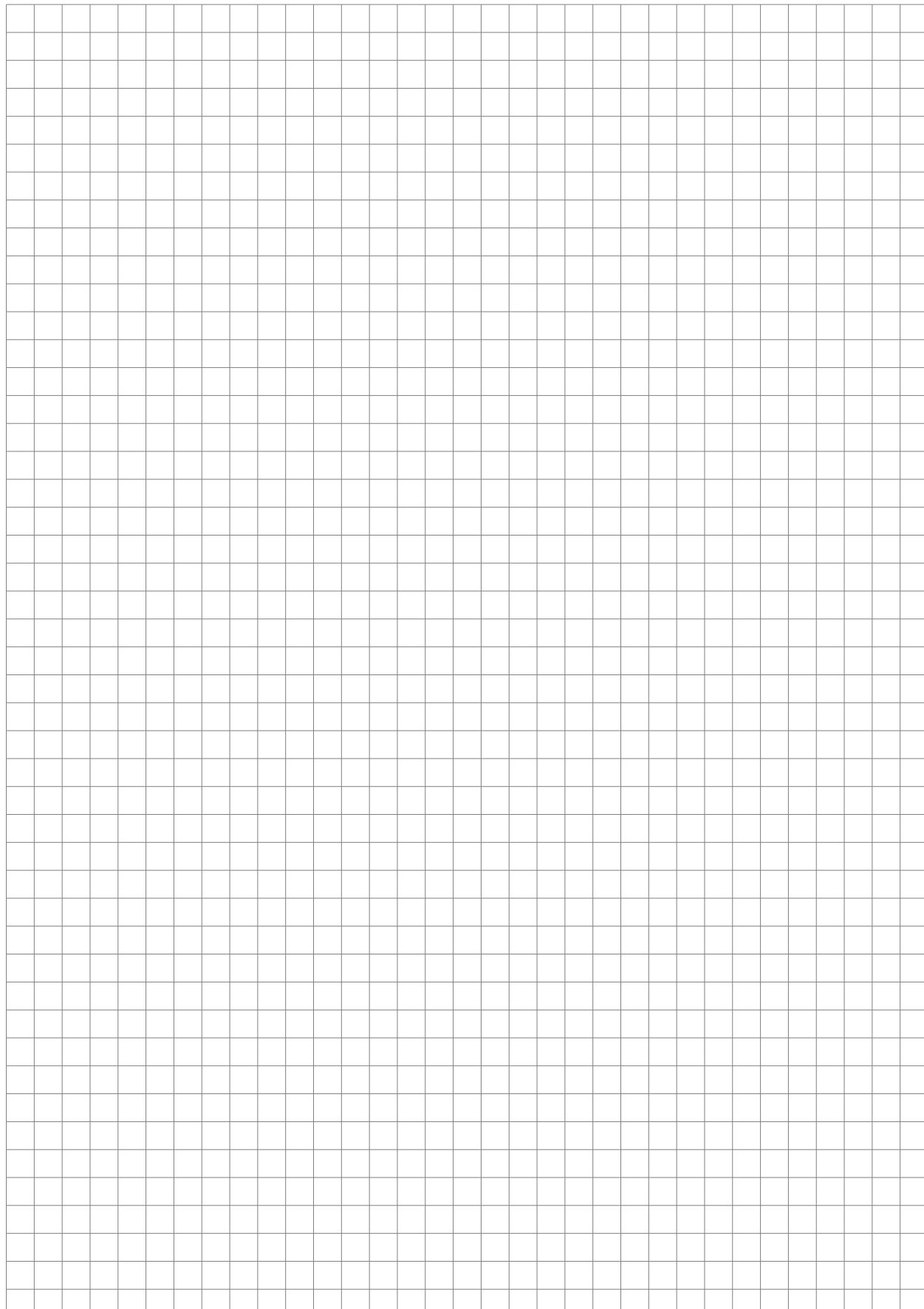
ZADANIE 10 (3 PKT)

Dany jest okrąg  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ . Oblicz długości przekątnych rombu opisanego na tym okręgu, jeśli kąt ostry rombu ma miarę  $60^\circ$ .



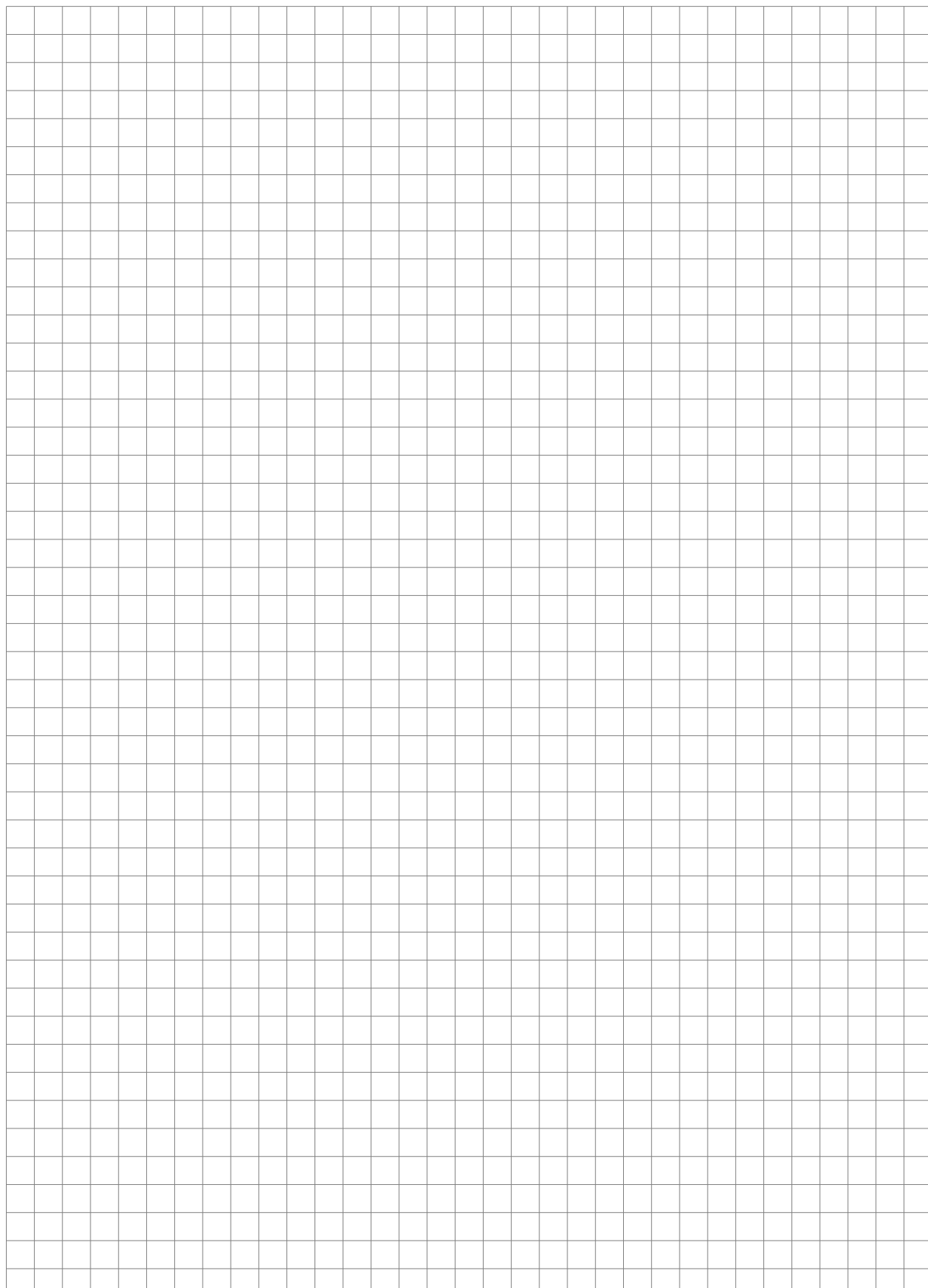
ZADANIE 11 (3 PKT)

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu geometrycznego wynosi 21, różnica wyrazów czwartego i pierwszego wynosi 63. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.



ZADANIE 12 (4 PKT)

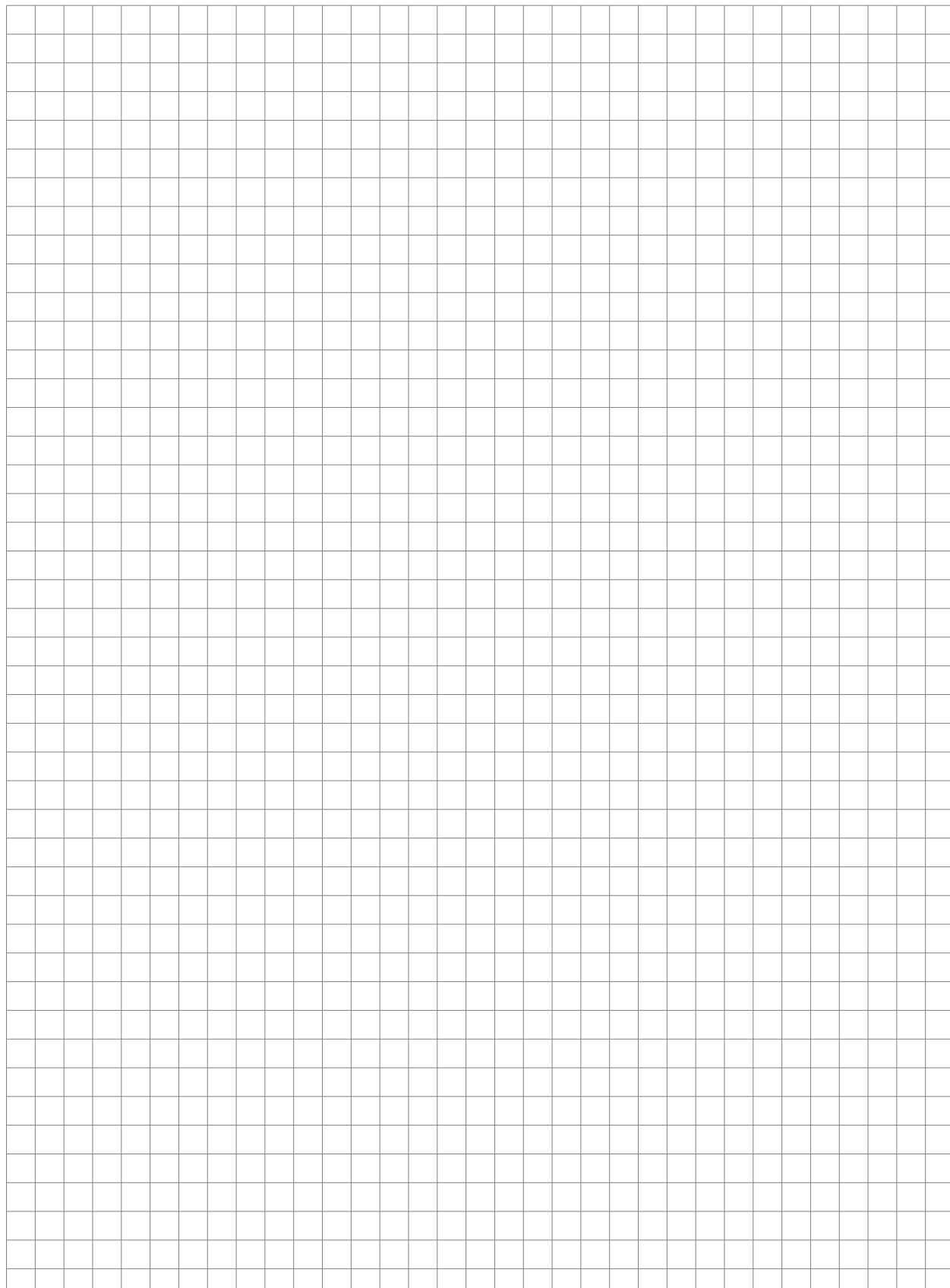
O liczbach  $a, b$  i  $c$  wiadomo, że tworzą ciąg arytmetyczny oraz ich suma wynosi 12. Wyznacz największą możliwą wartość wyrażenia  $ab + bc + ca$ . Dla jakich liczb  $a, b$  i  $c$  wartość ta jest osiągana.





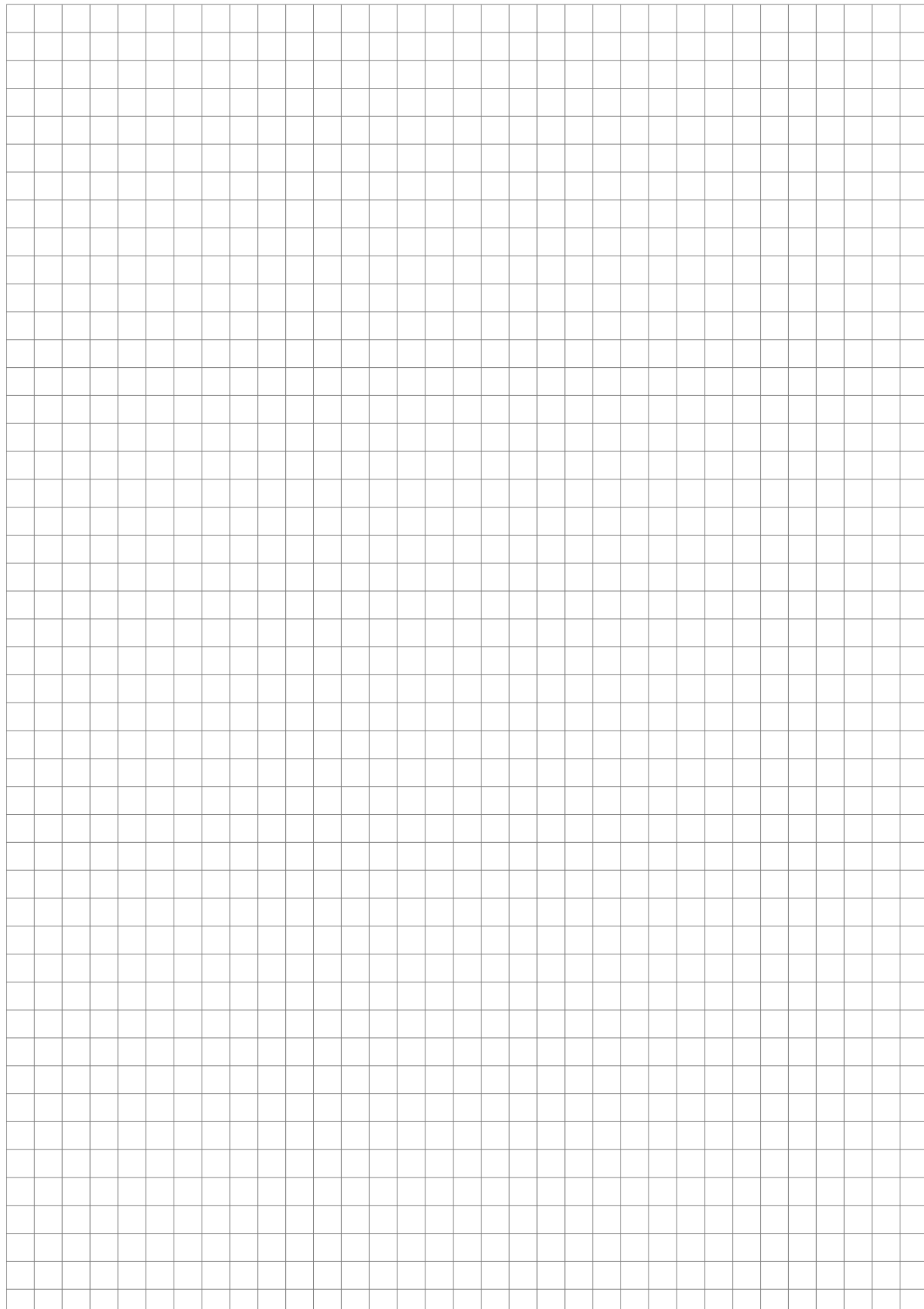
ZADANIE 13 (4 PKT)

Drut o długości 28 cm należy podzielić na dwie części i z jednej zrobić kwadratową ramkę, a z drugiej ramkę prostokątną, której jeden bok jest trzy razy dłuższy od drugiego. Jak należy podzielić drut, jeżeli chcemy, aby suma pól otrzymanego kwadratu i prostokąta była najmniejsza?



ZADANIE 14 (5 PKT)

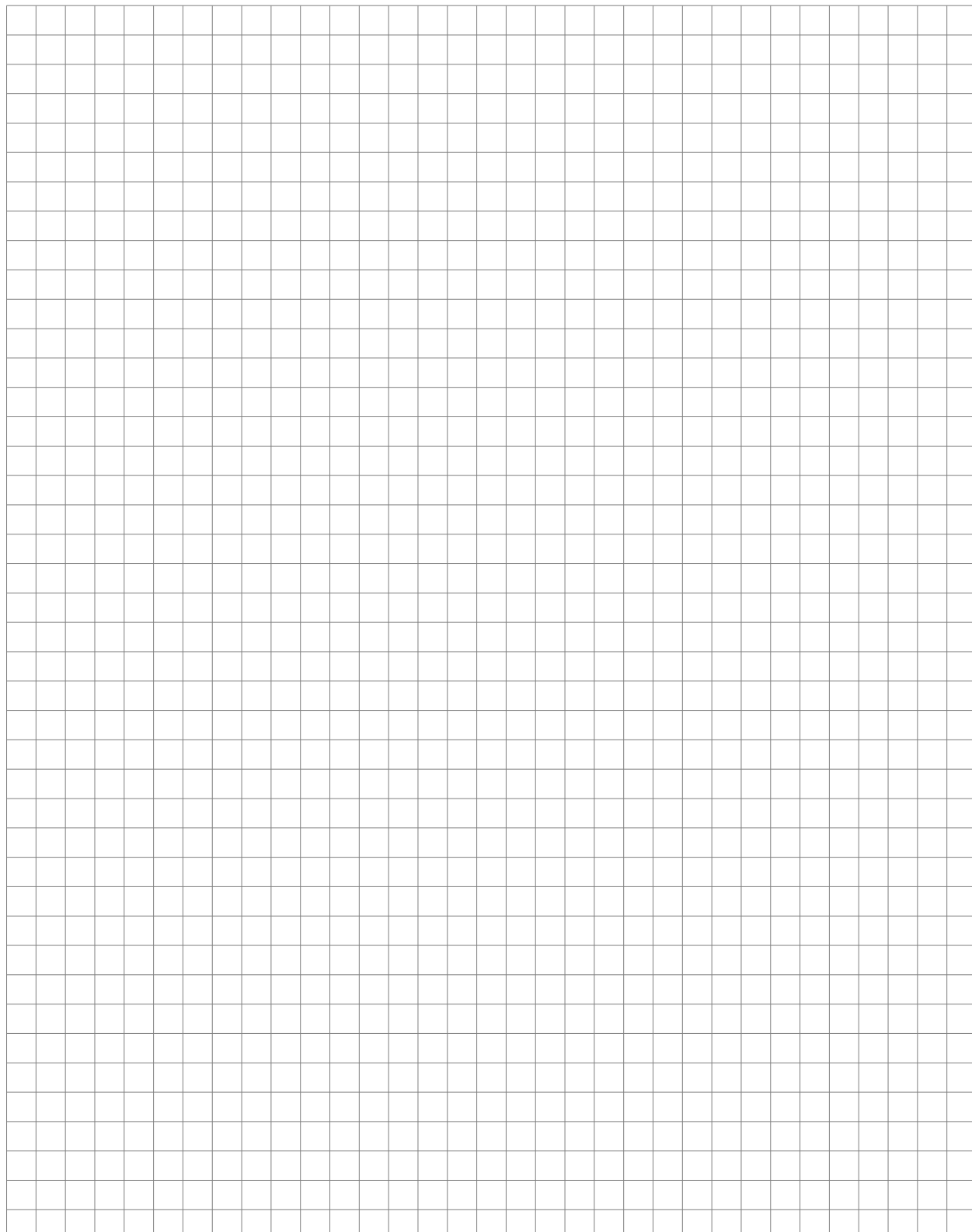
Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_{2\cos x}(9 - x^2)$  i zapisz ją w postaci sumy przedziałów liczbowych.



ZADANIE 15 (5 PKT)

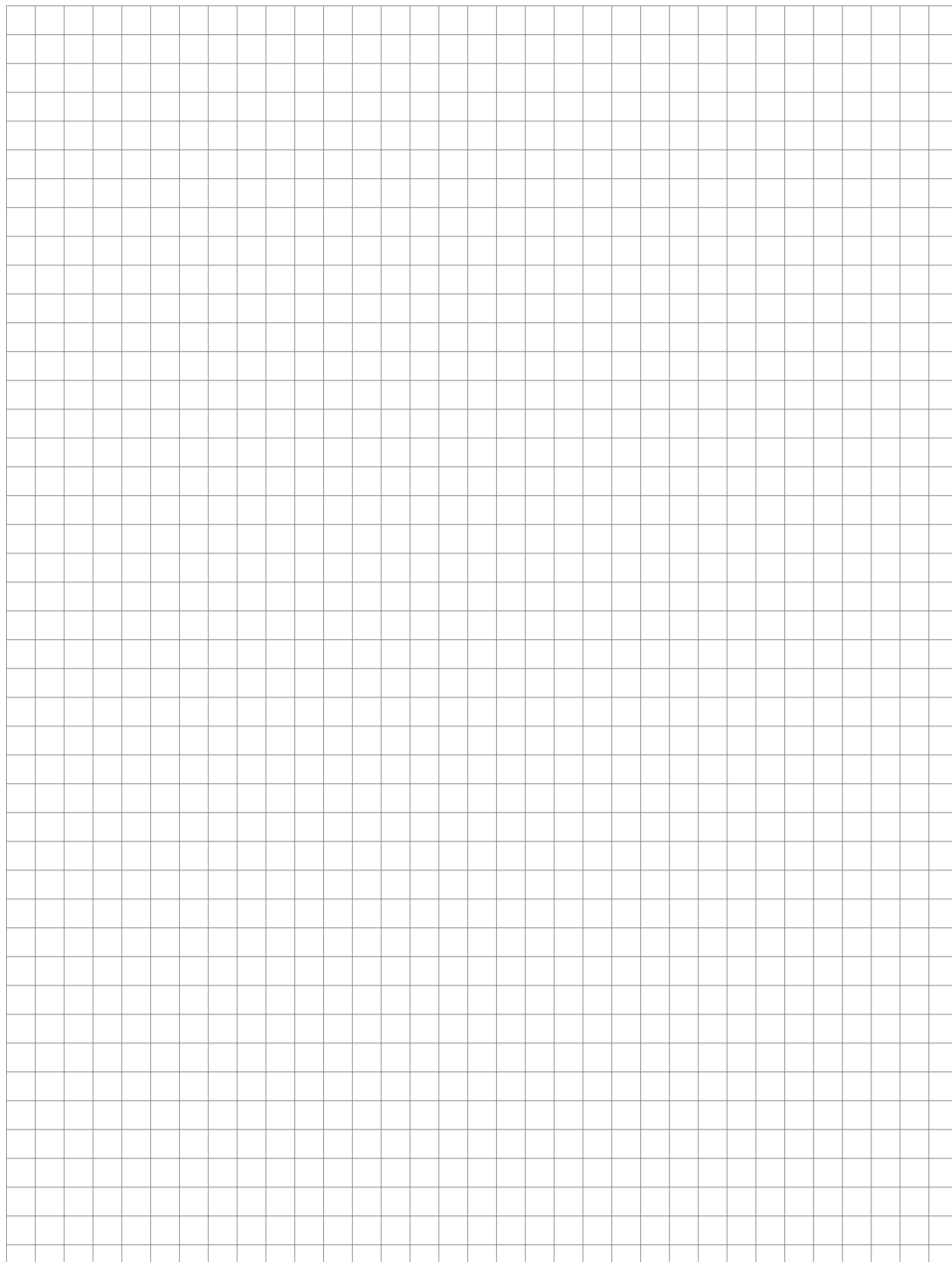
Na ramionach  $AC$  i  $BC$  trójkąta równoramiennego  $ABC$  wybrano punkty  $P$  i  $Q$  w ten sposób, że odcinek  $PQ$  jest równoległy do podstawy  $AB$  i styczny do okręgu wpisanego w trójkąt  $ABC$ . Wykaż, że pole trójkąta  $ABC$  jest równe

$$\frac{|AB|^2 \sqrt{|AB| \cdot |PQ|}}{2(|AB| - |PQ|)}.$$



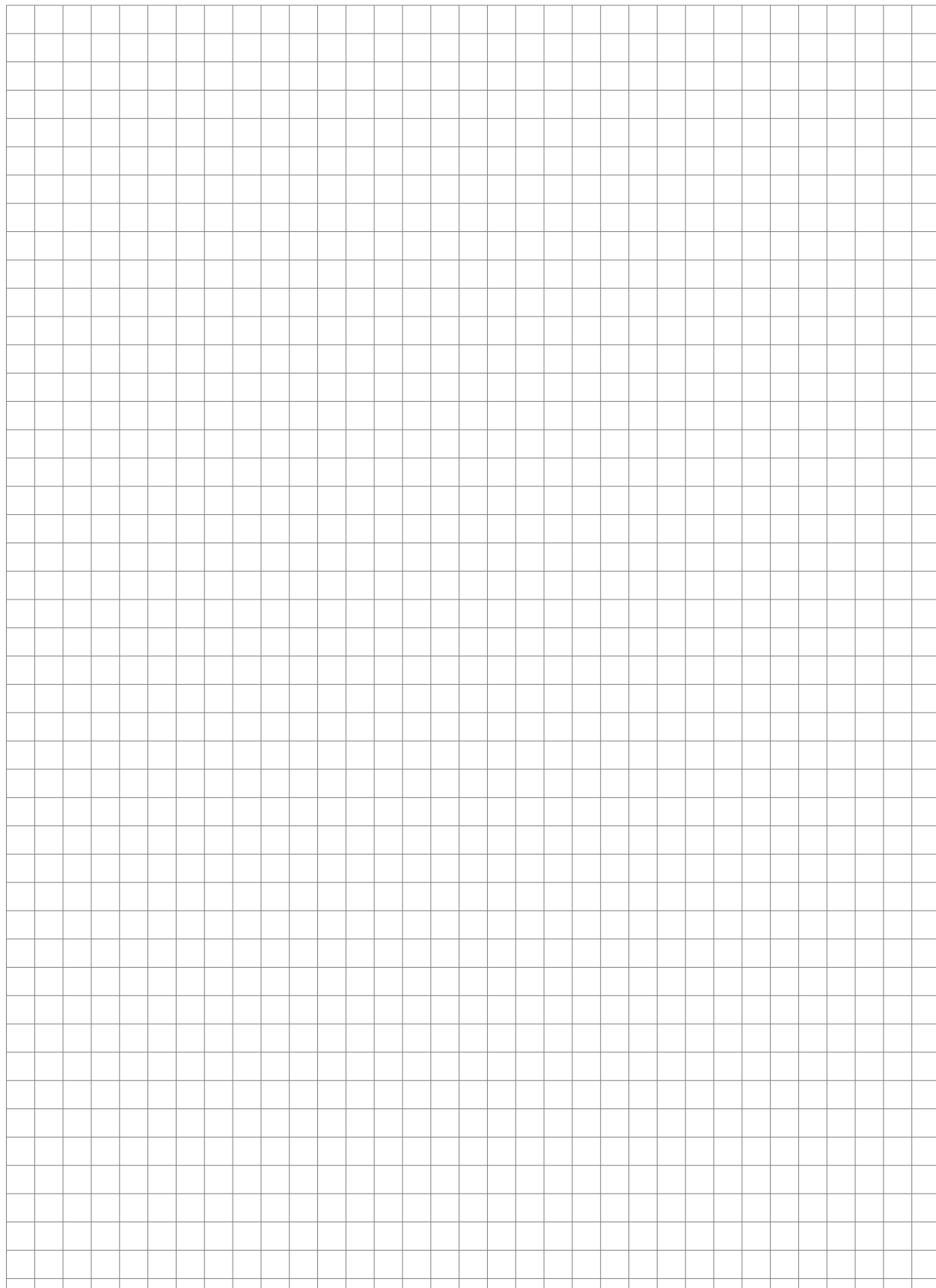
ZADANIE 16 (5 PKT)

W ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisujemy graniastosłupy prawidłowe czworokątne w ten sposób, że dolna podstawa graniastosłupa zawiera się podstawie ostrosłupa, a każdy z wierzchołków górnej podstawy należy do jednej z krawędzi bocznych ostrosłupa. Wiedząc, że każda z krawędzi ostrosłupa ma długość 6, oblicz jaka jest maksymalna możliwa powierzchnia boczna graniastosłupa.



ZADANIE 17 (6 PKT)

Przekątne sąsiednich ścian bocznych prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka tworzą z jego podstawą kąty o miarach  $\frac{\pi}{3}$  i  $\alpha$ . Cosinus kąta między tymi przekątnymi jest równy  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ . Wyznacz miarę kąta  $\alpha$ .



# ODPOWIEDZI

## DO ARKUSZA NR 141285

1	2	3	4	5
B	A	A	A	A

6. Uzasadnienie.
7. Tak, są równe.
8. Uzasadnienie.
9.  $m \in (0,1) \cup (1, +\infty)$
10.  $4\sqrt{3}$  i 4
11. 256
12. Największa wartość 48 dla liczb  $(a, b, c) = (4, 4, 4)$
13. Optymalny podział: kwadrat o boku 3 cm i prostokąt 2 cm x 6 cm
14.  $(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}) \cup (-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}) \cup (\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$
15. Uzasadnienie.
16.  $18\sqrt{2}$
17.  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Odpowiedzi to dla Ciebie za mało?

Na stronie

[HTTPS://WWW.ZADANIA.INFO/141285](https://www.zadania.info/141285)  
znajdziesz pełne rozwiązania wszystkich zadań!