

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW NR 140771

WYGENEROWANY AUTOMATYCZNIE W SERWISIE

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte**ZADANIE 1 (1 PKT)**

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{2}{(\sqrt{5})^n}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$ B) $\frac{5}{\sqrt{5}-1}$ C) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

- A) $f(x) = x^5 + x^2$ B) $f(x) = \pi^{-x}$ C) $f(x) = |\sin x|$ D) $f(x) = |\log_{0,5} x|$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Styczną do okręgu $(x-1)^2 + y^2 - 4 = 0$ jest prosta o równaniu

- A) $x = 1$ B) $x = 3$ C) $y = 0$ D) $y = 4$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Równanie $\cos 2x + \frac{|x|}{x} = 0$ w zbiorze $\langle -\pi, 0 \rangle \cup (0, \pi)$

- A) nie ma rozwiązań rzeczywistych.
B) ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
C) ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.
D) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

ZADANIE 5 (1 PKT)

Stopień wielomianu $W(x) = (x-1)(3x+5)^2(2x+1)^3$ jest równy

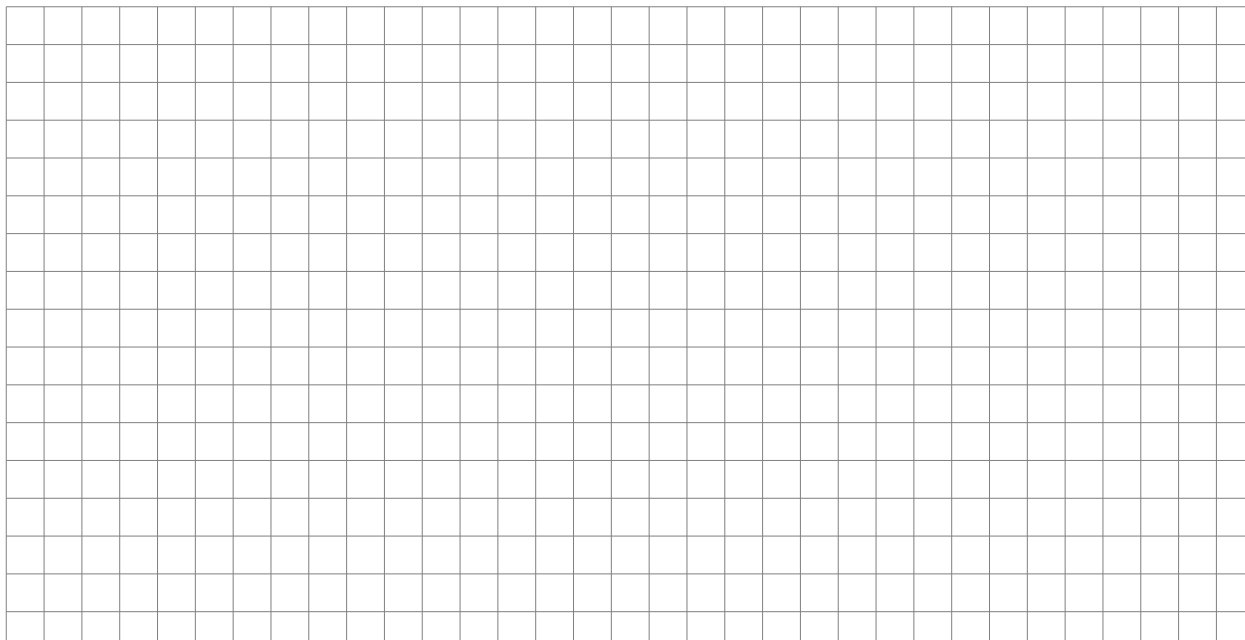
- A) 8 B) 4 C) 6 D) 5

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczby dodatnie a i b spełniają warunek

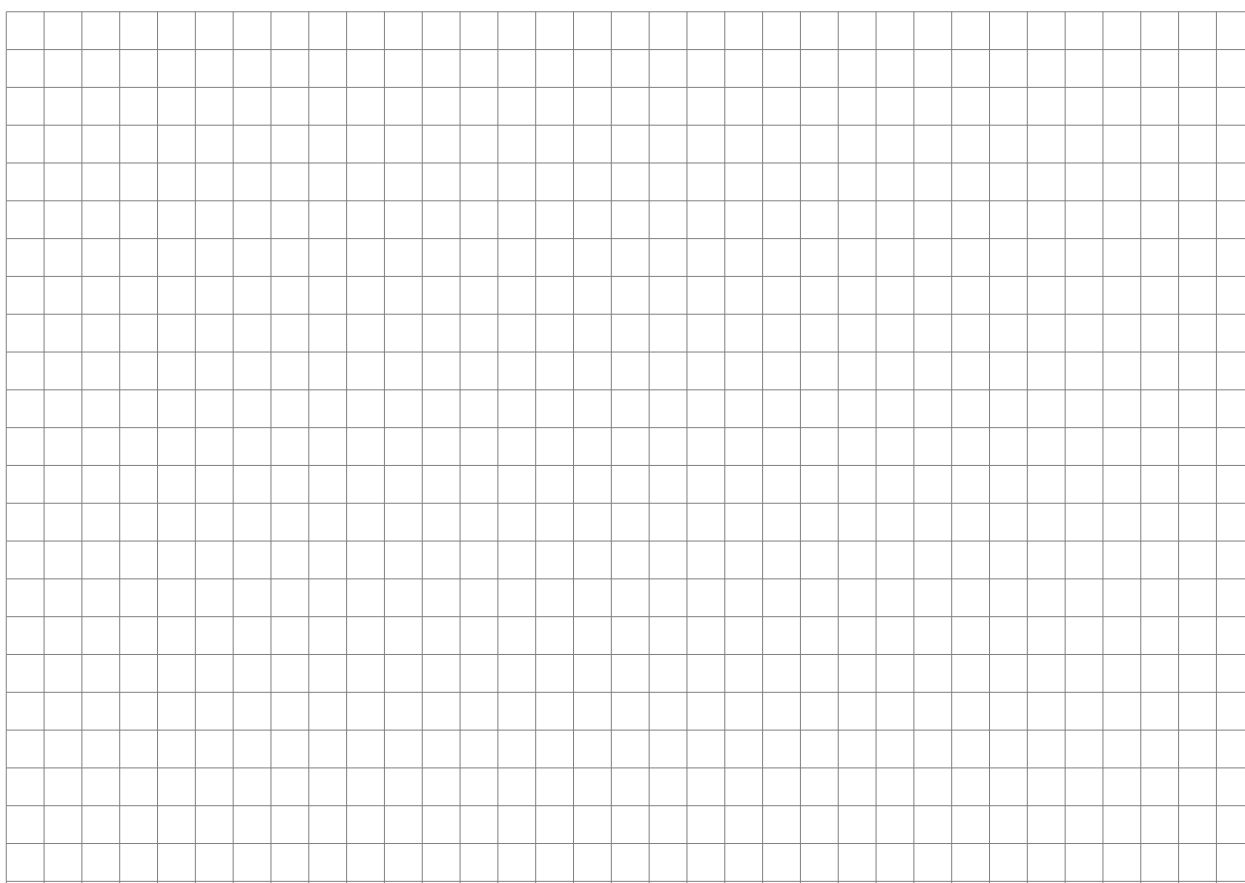
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{b+3a}{a+3b}$$

to $a = b$.



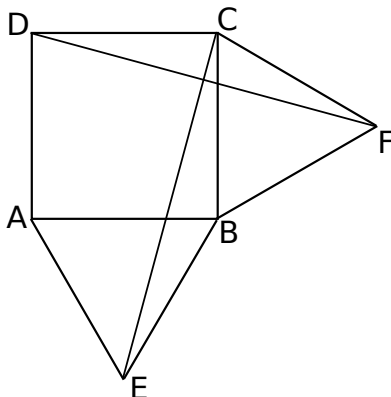
ZADANIE 7 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $|5^{-x} - 1| < 4$.



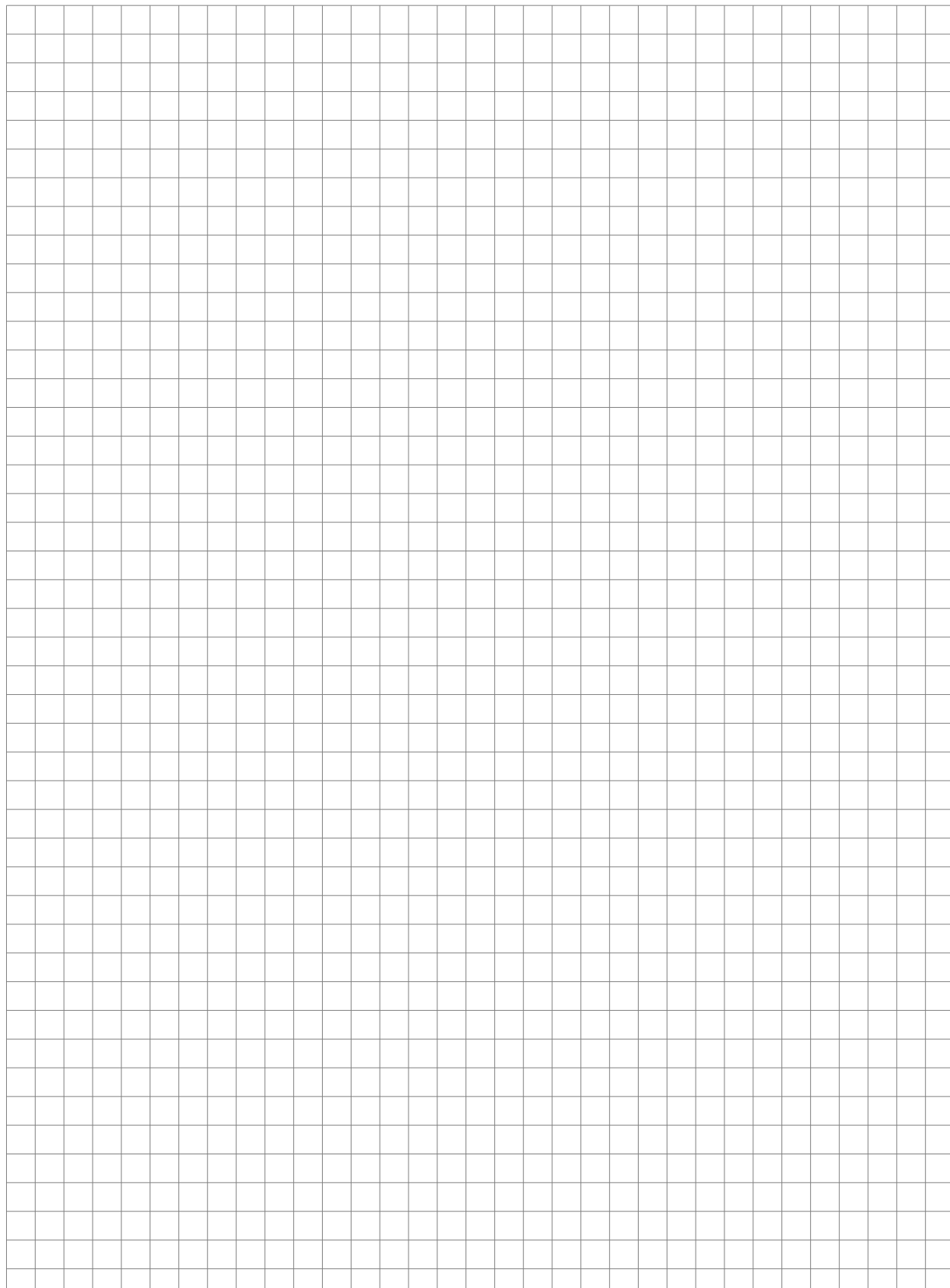
ZADANIE 8 (3 PKT)

Na zewnątrz kwadratu $ABCD$ na bokach AB i BC zbudowano trójkąty równoboczne AEB i BFC . Uzasadnij, że proste DF i CE są prostopadłe.



ZADANIE 9 (4 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , który zawiera zarówno wyrazy dodatnie, jak i ujemne, w którym $a_1 = 2$, oraz drugi, czwarty i piąty wyraz są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wykaż, że suma sześciątów wszystkich wyrazów ciągu (a_n) jest równa sumie kwadratów wszystkich wyrazów tego ciągu.



ZADANIE 10 (4 PKT)

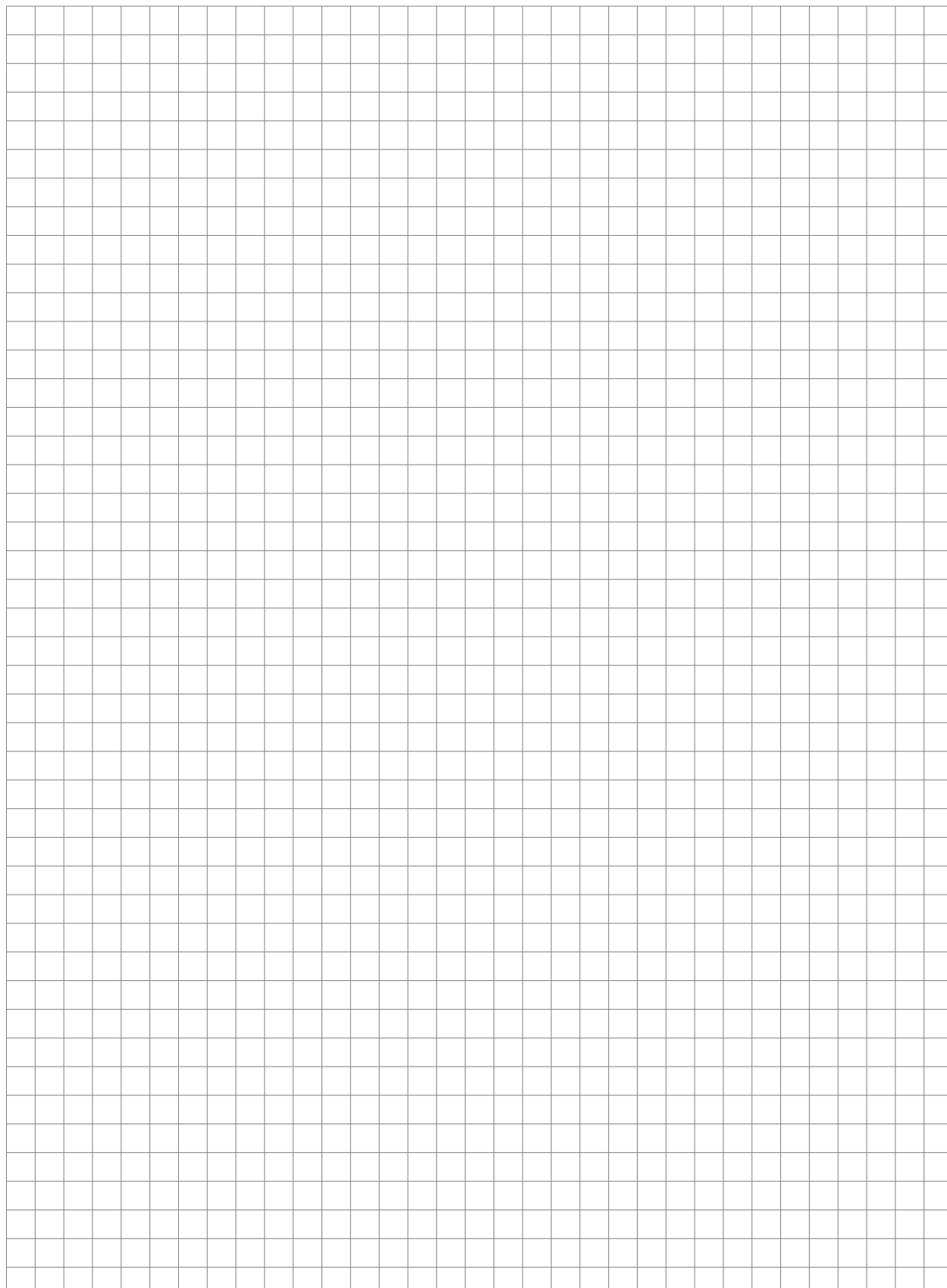
Funkcja homograficzna f jest monotoniczna w przedziałach $(-\infty; 0)$ i $(0; +\infty)$. Zbiór $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ jest zbiorem wartości tej funkcji, a wartość 5 funkcja przyjmuje dla argumentu 3.

- a) Znajdź wzór funkcji f .
- b) Wyznacz miejsce zerowe funkcji f .
- c) Wyznacz te argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1.



ZADANIE 11 (4 PKT)

Współczynniki a, b, c funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest -3 . Punkt o współrzędnych $(1, 24)$ należy do wykresu funkcji. Znajdź drugie miejsce zerowe oraz wartości współczynników a, b, c .



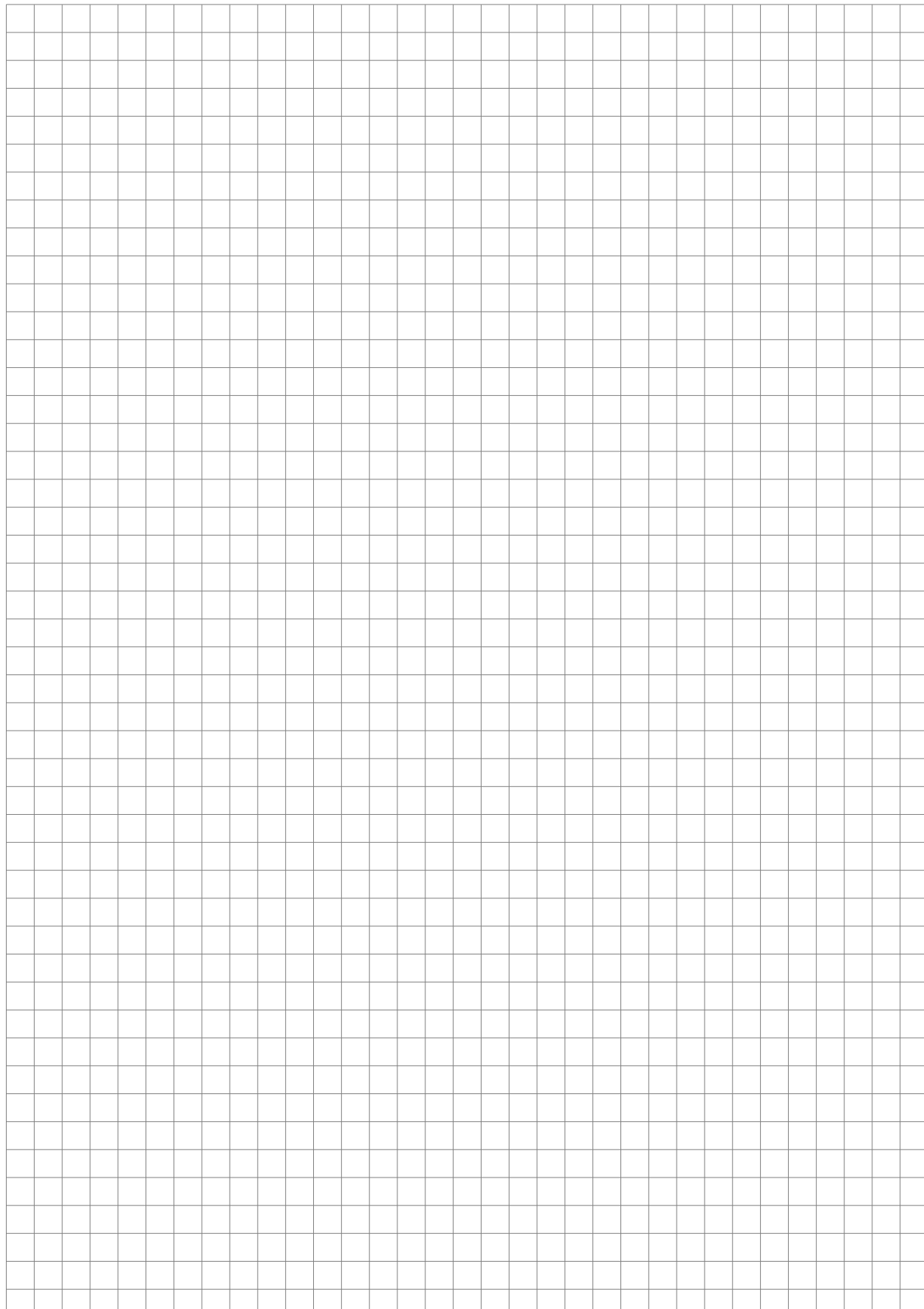
ZADANIE 12 (4 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest trapez prostokątny, w którym jedna z podstaw ma długość 7, a jedna z przekątnych ma długość $\sqrt{34}$. Krawędź AS jest wysokością ostrosłupa oraz $|AS| = 7$, $|CS| = \sqrt{107}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



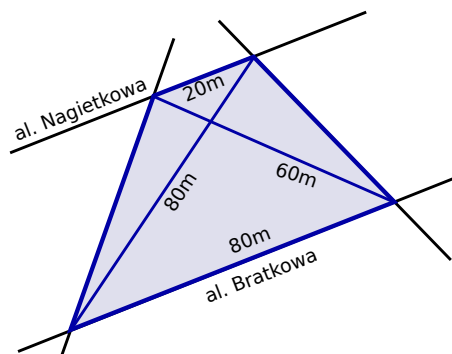
ZADANIE 13 (5 PKT)

Wykaż, że jeżeli kąty wewnętrzne trójkąta spełniają warunek $\sin \alpha = 2 \cos \gamma \sin \beta$ to trójkąt ten jest równoramienny.



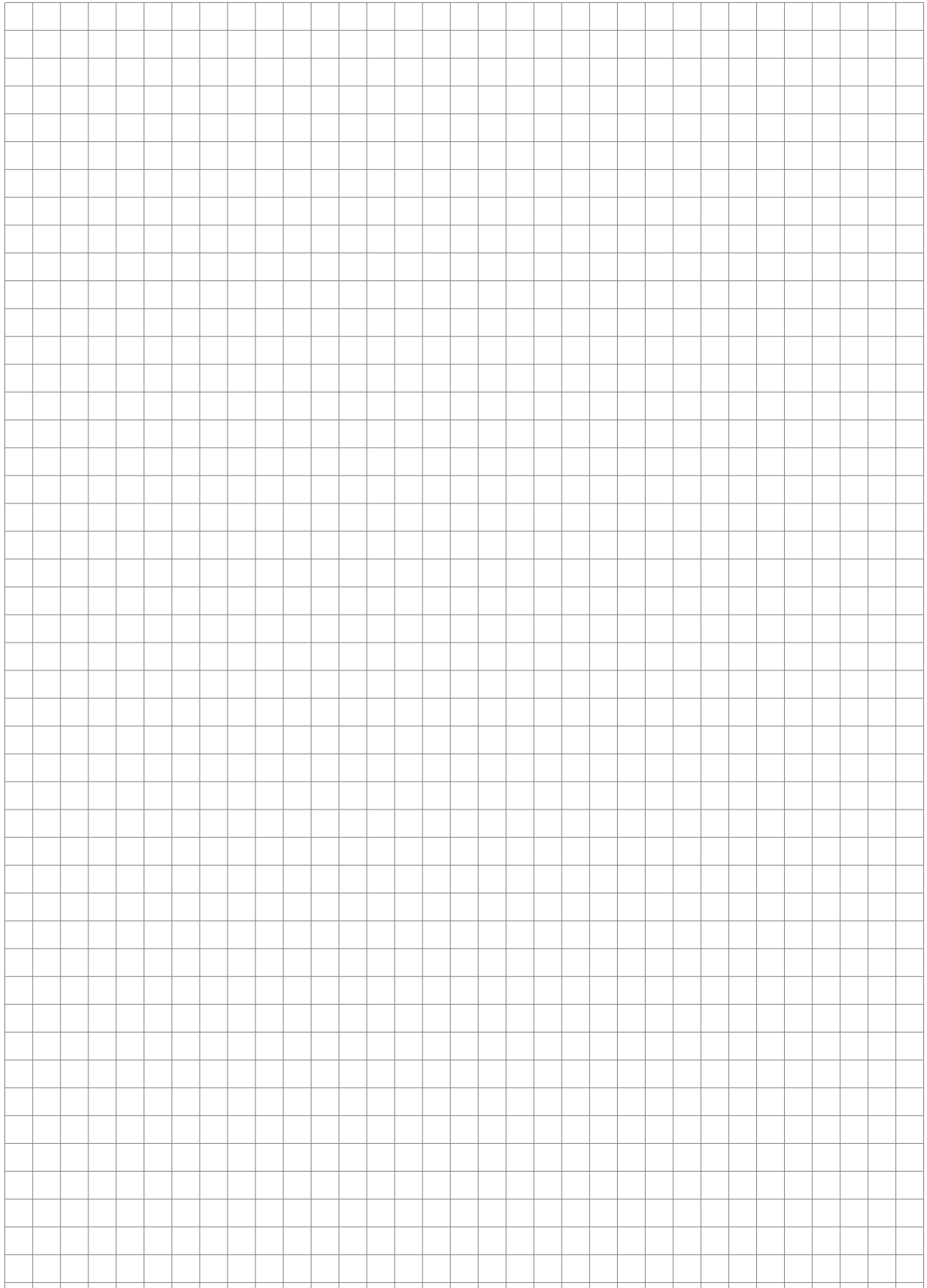
ZADANIE 14 (5 PKT)

Działka budowlana Andrzeja ograniczona jest dwiema równoległymi alejami i dwoma innymi lokalnymi drogami. Andrzej zmierzył odcinki alei ograniczające działkę (80 m i 20 m) oraz długości dwóch ścieżek znajdujących się na terenie tej działki, łączących jej przeciwległe rogi (80 m i 60 m). Następnie wykonał plan tej działki w skali 1:200 i wyznaczył pole powierzchni planu działki. Ile ono wynosiło?



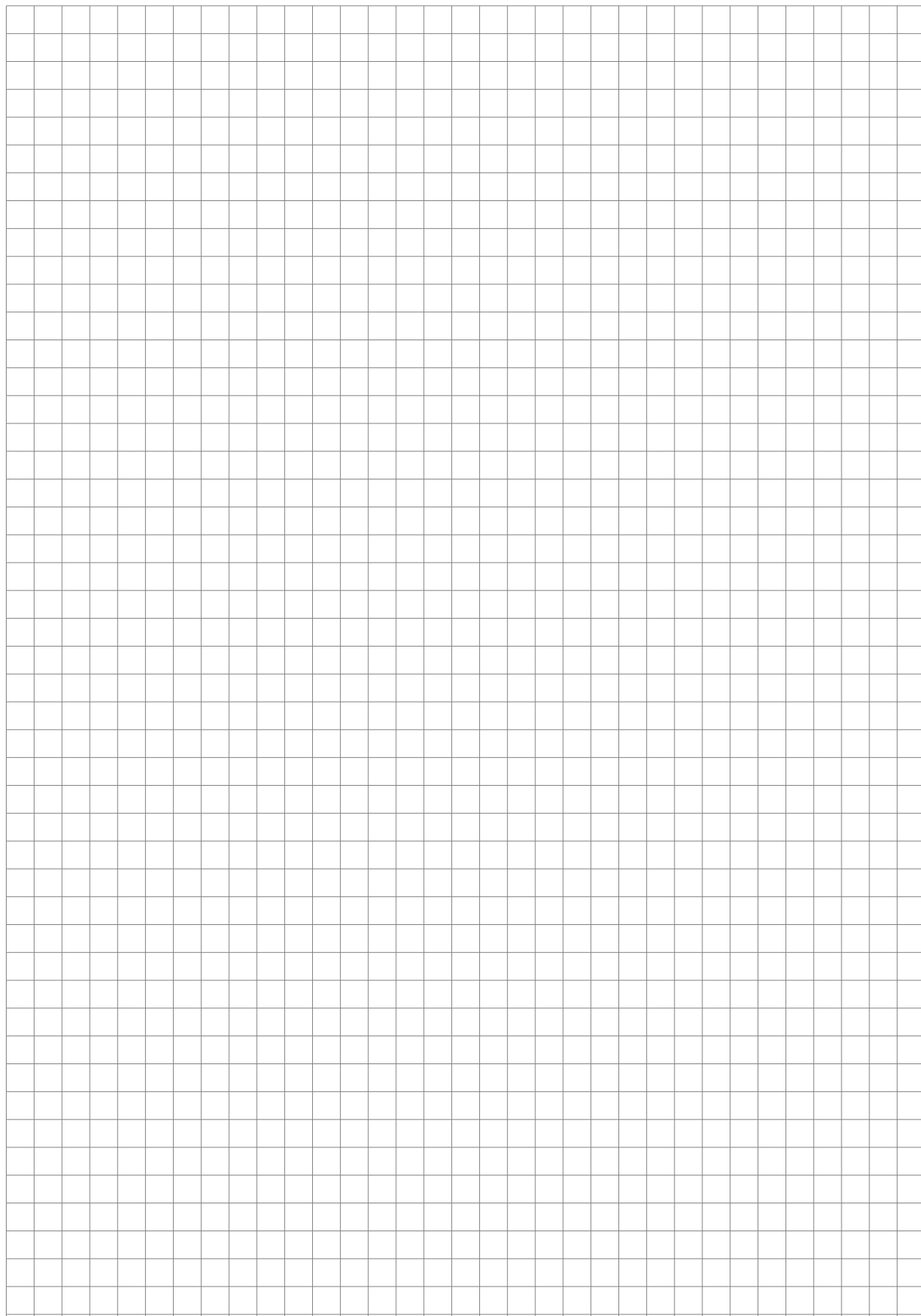
ZADANIE 15 (6 PKT)

Rozwiąż graficznie układ równań
$$\begin{cases} x^2 - 6x = 7 + 2y - y^2 \\ |y - 1| = x + 2. \end{cases}$$



ZADANIE 16 (6 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x - 8}$.



ODPOWIEDZI

DO ARKUSZA NR 140771

1	2	3	4	5
C	B	B	B	C

6. Uzasadnienie.
7. $(-1, +\infty)$
8. Uzasadnienie.
9. Uzasadnienie.
10. a) $f(x) = \frac{6}{x} + 3$, b) $x = -2$, c) $x \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$
11. $x_2 = -5, (a, b, c) = (1, 8, 15)$
12. 42
13. Uzasadnienie.
14. 600 cm^2
15. $(-1, 0), (-1, 2), (2, -3), (2, 5)$
16. $-\infty$

Odpowiedzi to dla Ciebie za mało?

Na stronie

[HTTPS://WWW.ZADANIA.INFO/140771](https://www.zadania.info/140771)
znajdziesz pełne rozwiązania wszystkich zadań!