PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW NR 140405

WYGENEROWANY AUTOMATYCZNIE W SERWISIE

WWW.ZADANIA.INFO

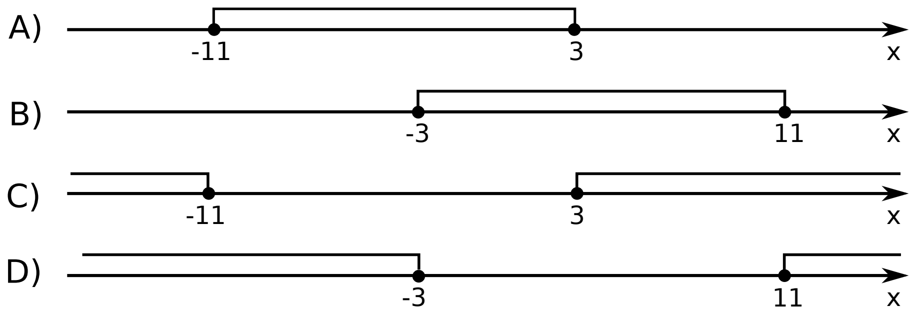
POZIOM ROZSZERZONY

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór rozwiązań nierówności $|x+4| \leqslant 7$.



ZADANIE 2 (1 PKT)

Trzech panów i n pań można ustawić w jednym rzędzie na 144 sposoby, tak aby osoby tej samej płci nie stały obok siebie. Liczba n pań jest równa

A) 4 B) 3 C) 2 D) 8

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dane są punkty $S=(2,1)$, $M=(6,4)$. Równanie okręgu o środku S i przechodzącego przez punkt M ma postać

A) $(x-6)^2+(y-4)^2=5$
B) $(x-2)^2+(y-1)^2=25$
C) $(x-6)^2+(y-4)^2=25$
D) $(x-2)^2+(y-1)^2=5$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=|x|$. Ta funkcja przyjmuje wartości dodatnie dla

A) $x<0$ B) $x>0$ C) $x \in \mathbb{R}$ D) $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2+2x-8}{(2-x)^2}$

A) jest równa $+\infty$ B) nie istnieje C) jest liczbą rzeczywistą D) jest równa $-\infty$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{16}{x^{16}}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = -2$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Uzasadnij, że dana równość $\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha} + \cos^2\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}$ jest prawdziwa.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Uzasadnij, że nie istnieje trójkąt prostokątny, w którym przeciwprostokątna ma długość 24, a kąty ostre α i β są takie, że $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ i $\operatorname{tg}\beta = \frac{4}{3}$.

ZADANIE 9 (4 PKT)

Wyznacz te wartości x, dla których istnieje suma nieskończonego ciągu geometrycznego

$$1,\ 2\cos x,\ 4\cos^2 x,\ \ldots$$

ZADANIE 10 (4 PKT)

Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami trójkąta, to

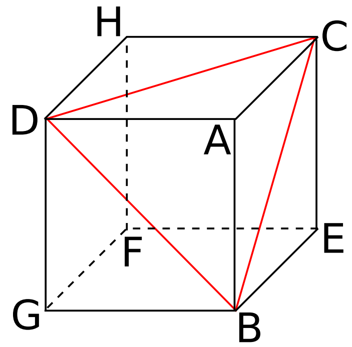
$$\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}.$$

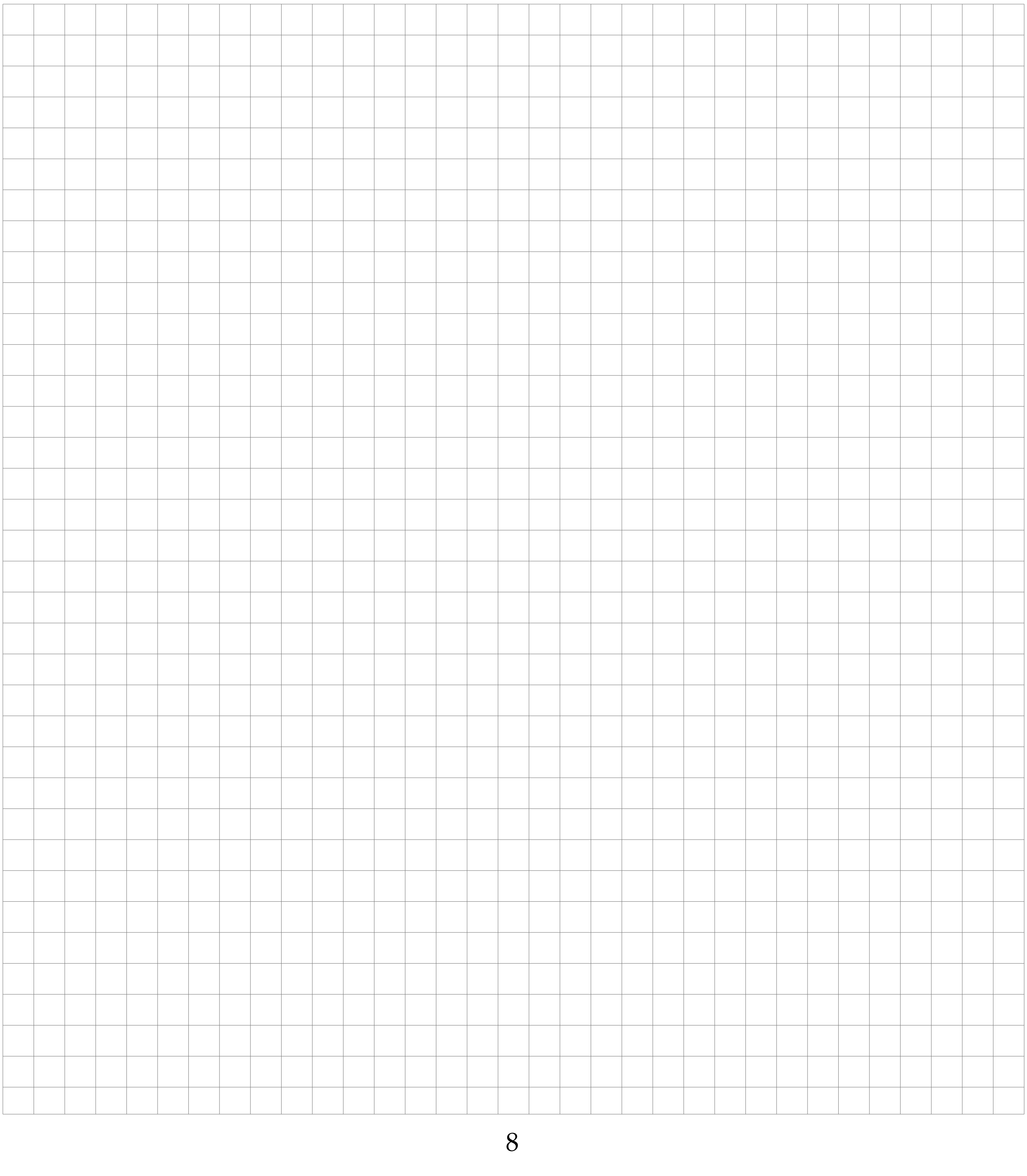
ZADANIE 11 (4 PKT)

Niech $m, n \in \mathbb{R}_+$, udowodnij, że jeżeli $m + n = 1$ to prawdziwa jest nierówność $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \geqslant 4$.

ZADANIE 12 (4 PKT)

W narysowanym obok sześcianie krawędź ma długość a. Oblicz odległość wierzchołka A od płaszczyzny przechodzącej przez wierzchołki B, C i D.





ZADANIE 13 (5 PKT)

Oblicz prawdopodobieństwo, że w trzech rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 4.

ZADANIE 14 (5 PKT)

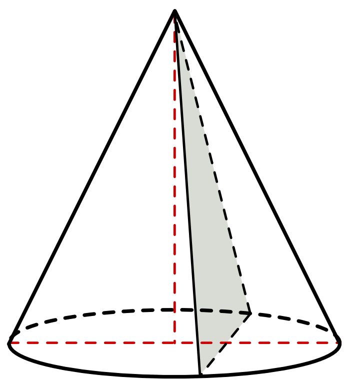
Rozwiąż równanie $\sin x + \cos x = 1$.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Ile jest liczb dziewięciocyfrowych, w których suma każdych trzech kolejnych cyfr jest równa 10?

ZADANIE 16 (6 PKT)

W stożku o promieniu podstawy r tworząca jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α. Przez wierzchołek stożka poprowadzono płaszczyznę, która jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\beta > \alpha$.



Wykaż, że pole otrzymanego przekroju stożka jest równe

$$\frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\sin(\beta+\alpha)\sin(\beta-\alpha)}}{\cos\alpha \sin^2\beta}.$$

ODPOWIEDZI

DO ARKUSZA NR 140405

1	2	3	4	5
A	**A**	**B**	**D**	**B**

6. $f'(-2) = \frac{1}{512}$
7. Uzasadnienie.
8. Uzasadnienie.
9. $x \in \left(\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$
10. Uzasadnienie.
11. Uzasadnienie.
12. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$
13. $\frac{1}{8}$
14. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \vee \quad x = 2k\pi$
15. 54
16. Uzasadnienie.