

ZADANIE 1

Liczby x_1 i x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - (a+1)x + a^2$. Dla jakich $a \in \mathbb{R}$ ciąg $(x_1 + x_2; \sqrt{2}; x_1x_2)$ jest geometryczny?

ZADANIE 2

Współczynniki a, b, c równania $ax^2 + bx + c = 0$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a ich suma wynosi 24. Jednym z rozwiązań równania jest liczba $-\frac{1}{5}$. Wyznacz a, b i c .

ZADANIE 3

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , gdzie $n \geq 1$. Wiadomo, że dla każdego $n \geq 1$ suma n początkowych wyrazów $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ wyraża się wzorem: $S_n = -n^2 + 13n$.

- Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu a_n .
- Oblicz a_{2007} .
- Wyznacz liczbę n , dla której $a_n = 0$.

ZADANIE 4

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) określony jest wzorem:

$$a_n = \begin{cases} 2n & \text{dla } n \text{ parzystych} \\ -2n + 4 & \text{dla } n \text{ nieparzystych} \end{cases}$$

- Wyznacz sumę dwudziestu początkowych wyrazów ciągu.
- Zbadaj, czy istnieje wyraz ciągu równy 5. Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIE 5

Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n - 3n + 1$ dla $n \geq 1$.

- Oblicz 4 wyraz ciągu (a_n) .
- Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n) .

ZADANIE 6

Podaj wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) , jeżeli $a_1 = 5$ i $a_{n+1} = 2a_n$ dla $n \geq 1$.

ZADANIE 7

Wyznacz drugi, trzeci i czwarty wyraz ciągu określonego wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{3}{5} \\ a_{n+1} = 5a_n - 3. \end{cases}$$

Dla wyznaczonych wyrazów znajdź taką liczbę x , aby ciąg (a_3, x, a_4) był ciągiem geometrycznym.