

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

29 KWIECZNIA 2023

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$ jest równa

A) $\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$

B) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

C) $3 + \sqrt{3}$

D) $\sqrt[3]{9}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $2 \log_4 0,25 + 2 - \frac{1}{2} \log_4 256$ jest równa

A) 0

B) -2

C) 2

D) 4

ZADANIE 3 (1 PKT)

Kwotę 10 000 zł ulokowano w banku na dwuletnią lokatę oprocentowaną w wysokości 5% w stosunku rocznym. Co pół roku środki zgromadzone na lokacie są powiększane o odsetki, od których odprowadzany jest podatek w wysokości 19%. Maksymalna kwota, jaką po upływie dwóch lat będzie można wypłacić z banku, jest równa

A) $10\,000 \cdot (1,0405)^2$

B) $10\,000 \cdot (1,05)^4 \cdot 0,81$

C) $10\,000 \cdot (1,0162)^2$

D) $10\,000 \cdot (1,02025)^4$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dla każdej liczby rzeczywistej t wartość wyrażenia $(2 - 3t)(4 + 9t^2)(3t + 2)$ jest równa

A) $16 - 9t^2$

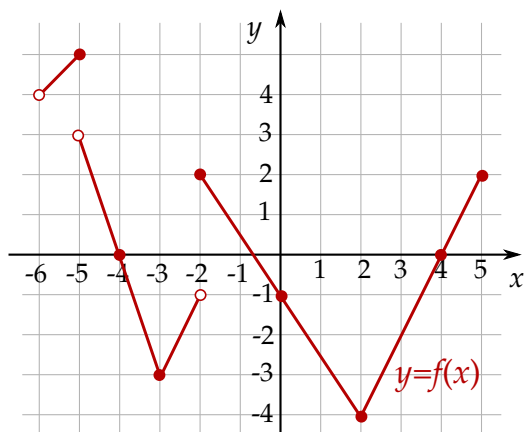
B) $4 - 9t^4$

C) $12 - 27t^2$

D) $16 - 81t^4$

Informacja do zadań 5.1 i 5.2

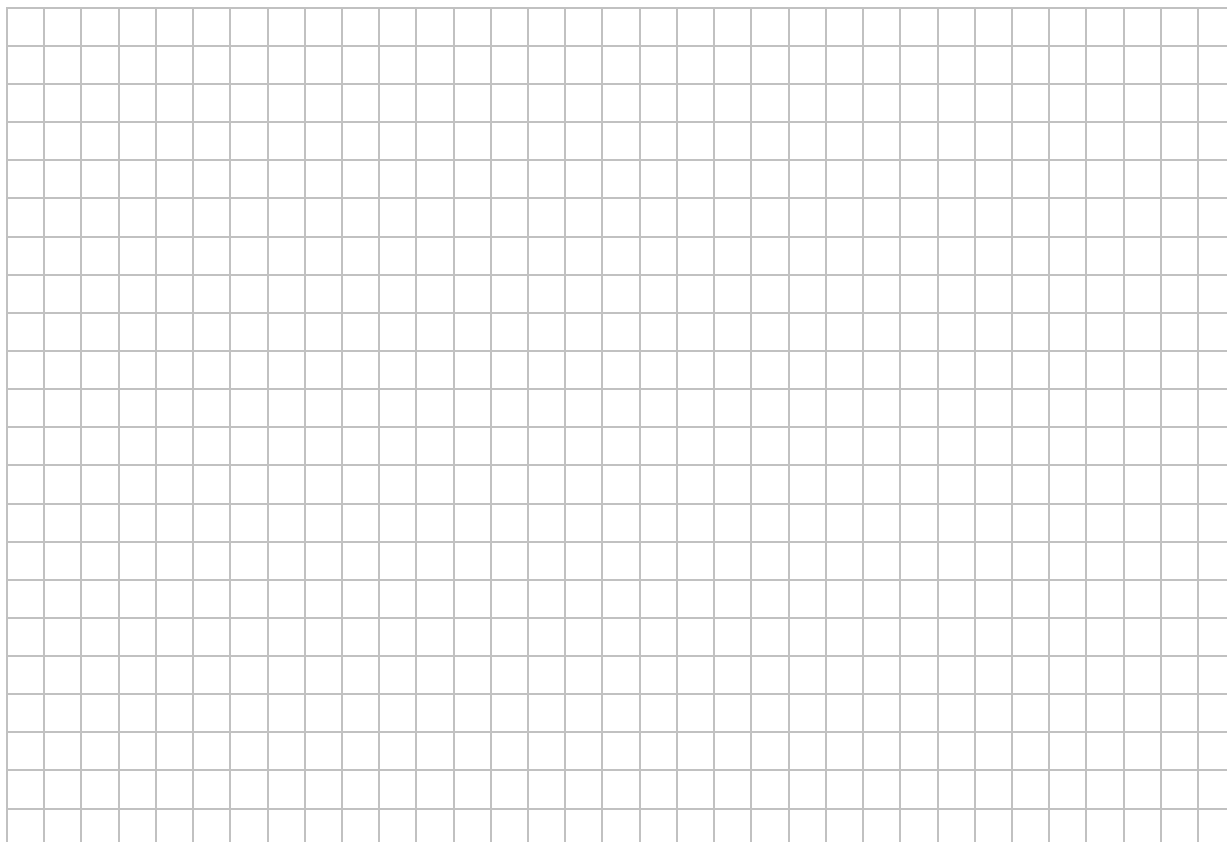
Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in (-6, 5]$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



ZADANIE 5.1 (1 PKT)

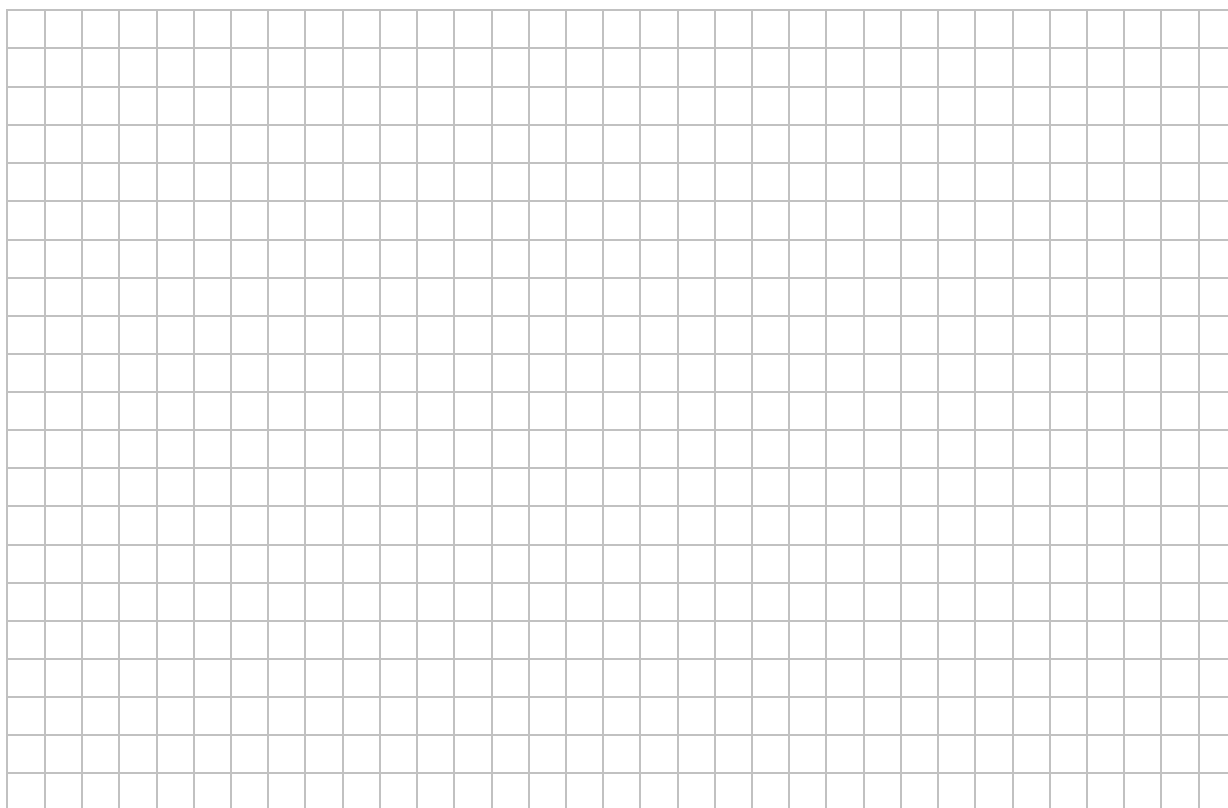
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f jest malejąca na przedziale $[-2, 2]$.	P	F
Dla każdego argumentu z przedziału $[-4, -2]$ funkcja f przyjmuje wartości niedodatnie.	P	F



ZADANIE 5.2 (1 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji f .



ZADANIE 6 (1 PKT)

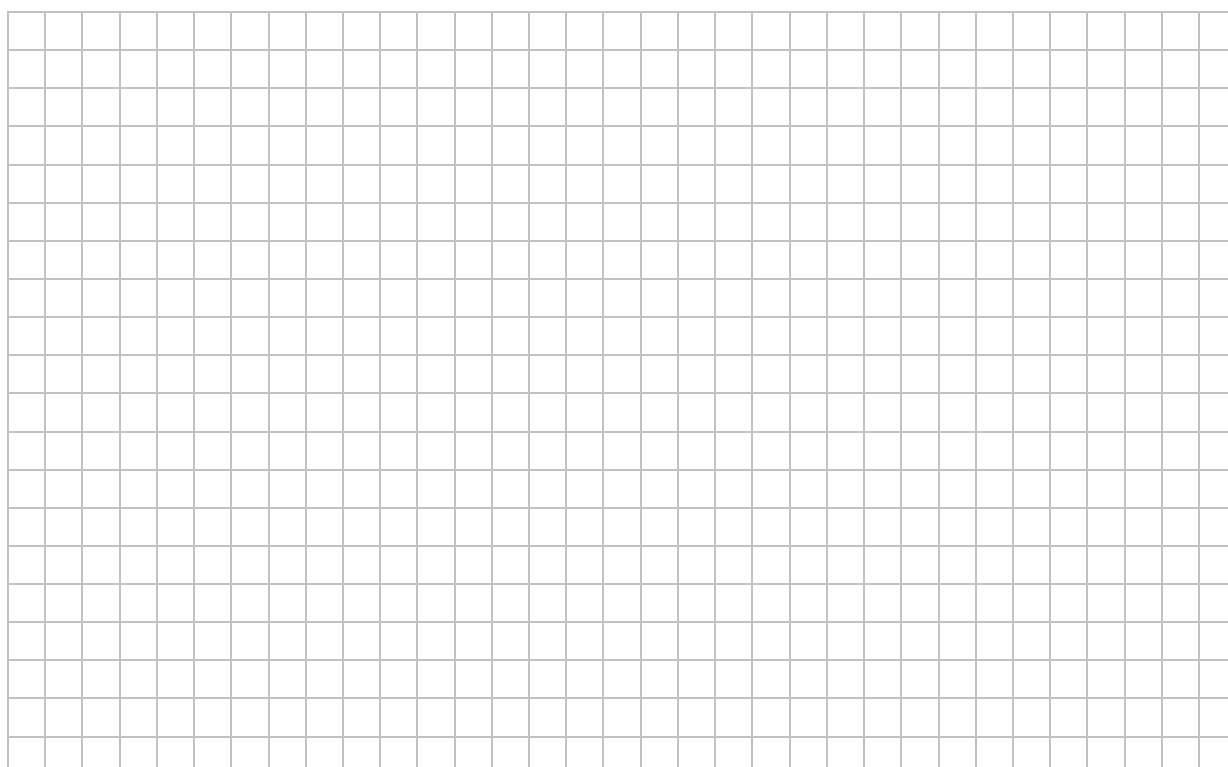
Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują cztery różne cyfry parzyste jest

A) 120

B) 96

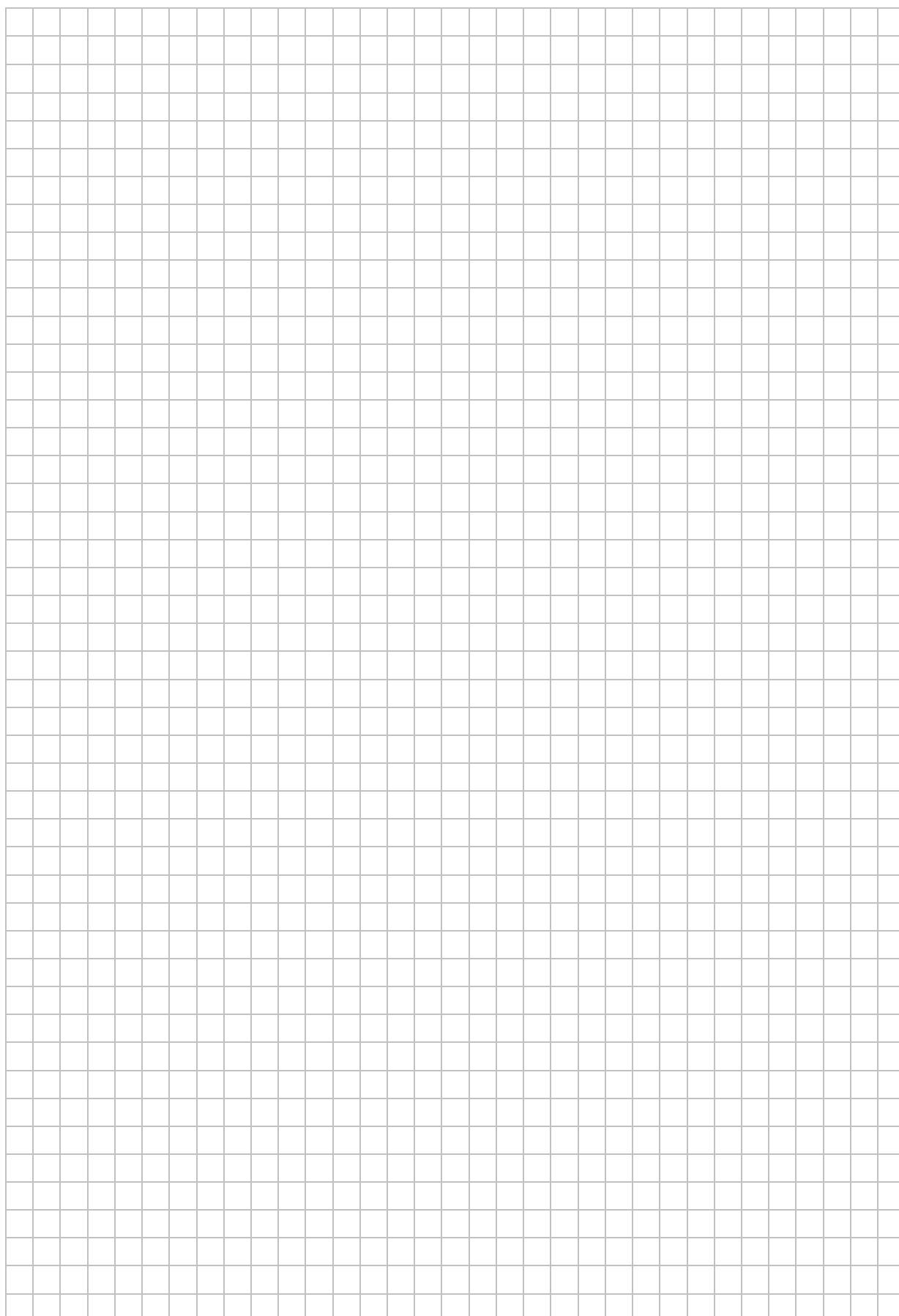
C) 625

D) 500



ZADANIE 7 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczba n nie dzieli się przez 3, to liczba $n^2 + 2024$ jest podzielna przez 3.



Informacja do zadań 8.1 i 8.2

W kartezjańskim układzie współrzędnych dane są punkty: $A = (2, -5)$, $B = (10, 3)$ i $C = (-2, 7)$.

ZADANIE 8.1 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Punkty A , B i C

A)	są współliniowe,
B)	są wierzchołkami trójkąta prostokątnego,
C)	są wierzchołkami trójkąta równoramiennego,

ponieważ

1) $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$, 2) $|AC| = |BC|$, 3) $|AC| = |AB| + |BC|$,

ZADANIE 8.2 (1 PKT)

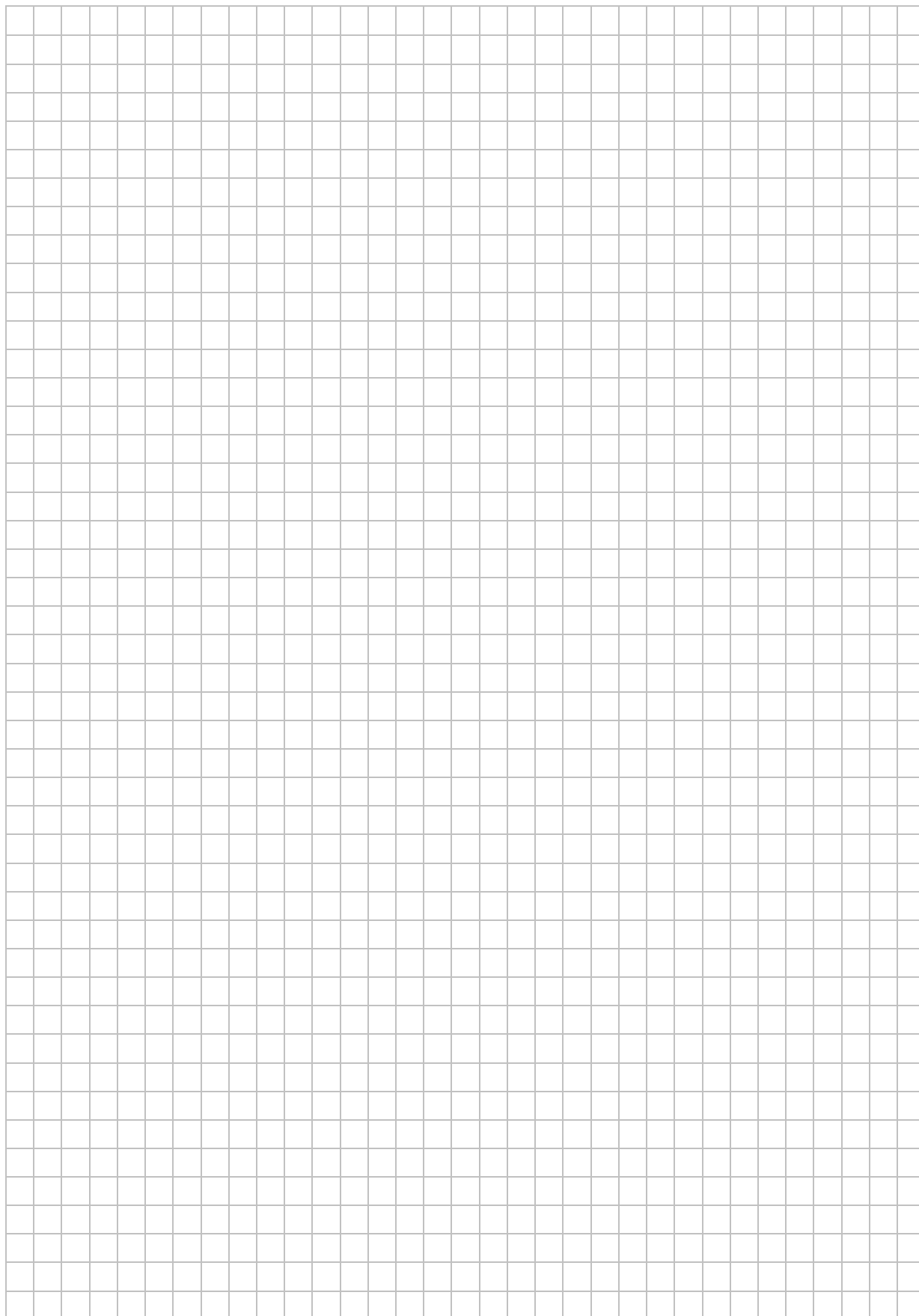
Środek odcinka łączącego punkt A ze środkiem odcinka BC ma współrzędne

A) $(4, 5)$

B) $(3, 0)$

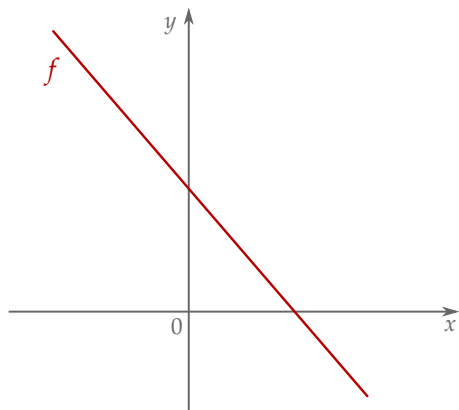
C) $(4, 1)$

D) $(\frac{7}{2}, 1)$



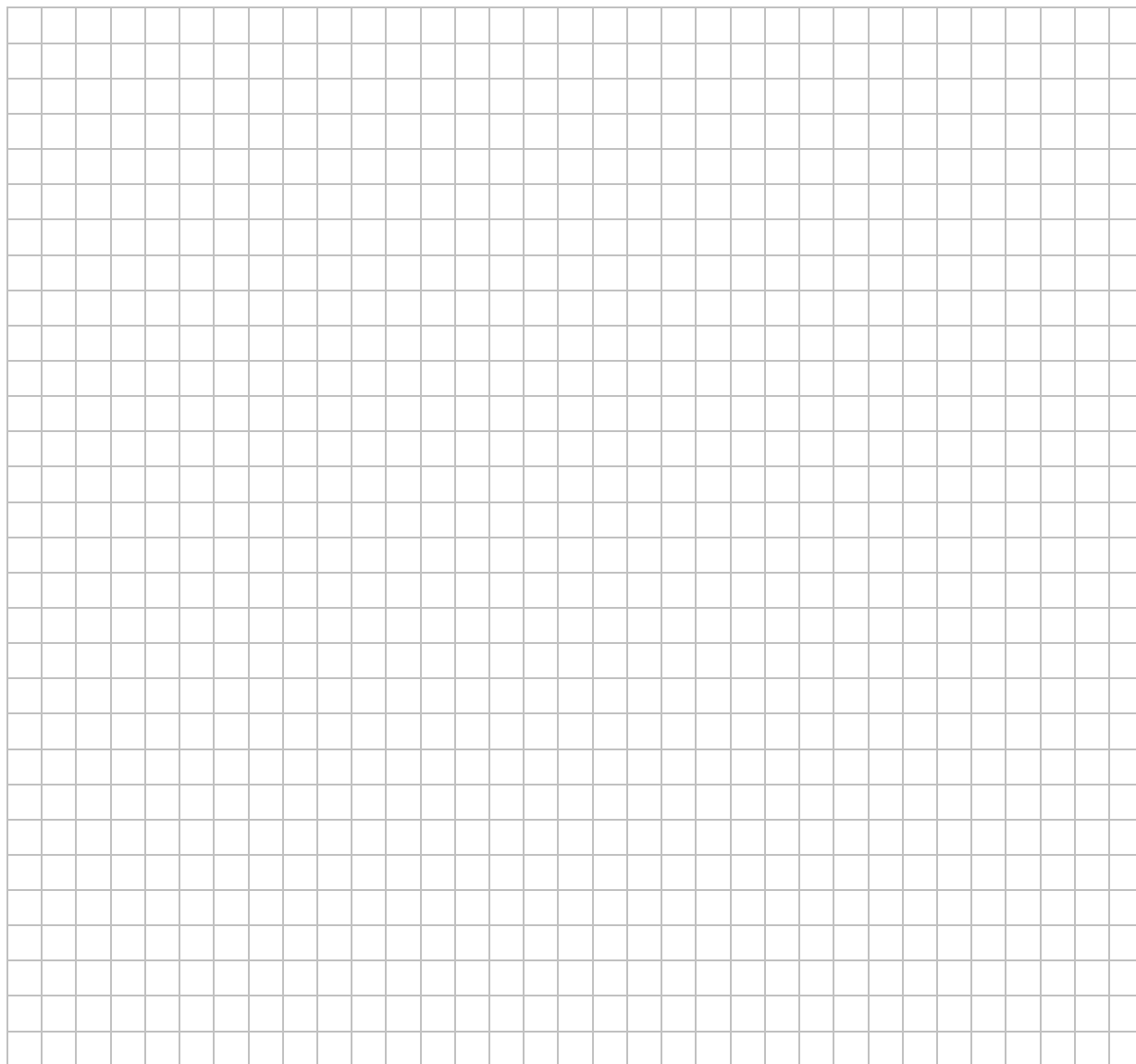
ZADANIE 9 (1 PKT)

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji f przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej



Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

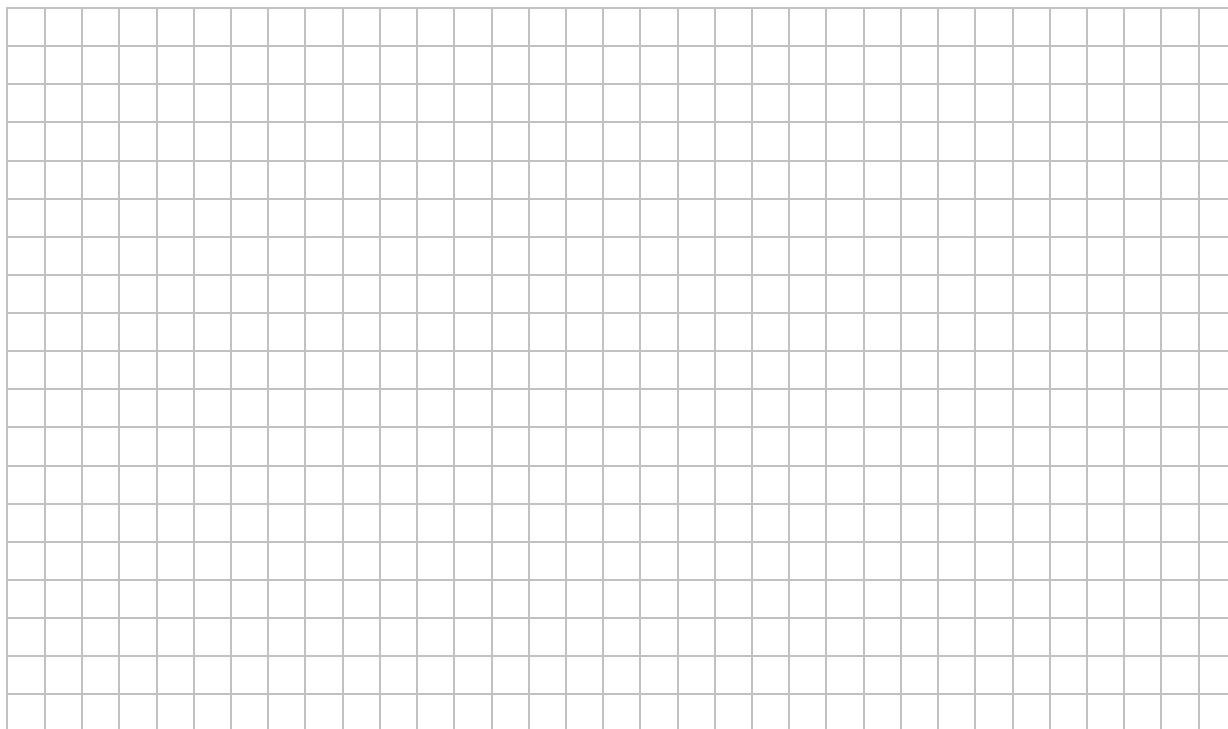
- A) $a > 0$ i $b > 0$ B) $a > 0$ i $b < 0$ C) $a < 0$ i $b > 0$ D) $a < 0$ i $b < 0$



ZADANIE 10 (1 PKT)

Dla każdej dodatniej liczby b wyrażenie $(\sqrt[6]{b} : \sqrt[3]{b})^{-2}$ jest równe

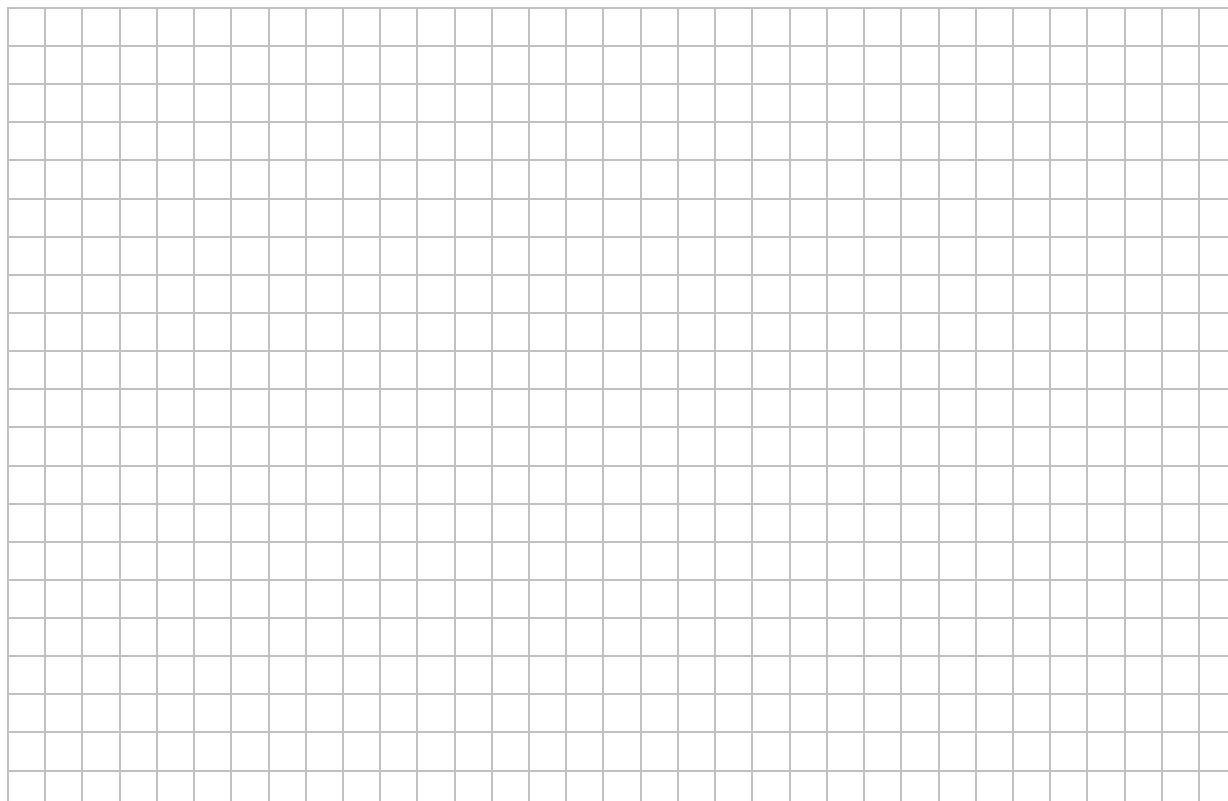
- A) b^2 B) $b^{0,25}$ C) $b^{\frac{1}{3}}$ D) $b^{\frac{4}{3}}$



ZADANIE 11 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $(2 - \sin 15^\circ) \cdot (2 + \sin 15^\circ) - \cos^2 15^\circ$ jest równa

- A) (-1) B) 3 C) 15 D) 0

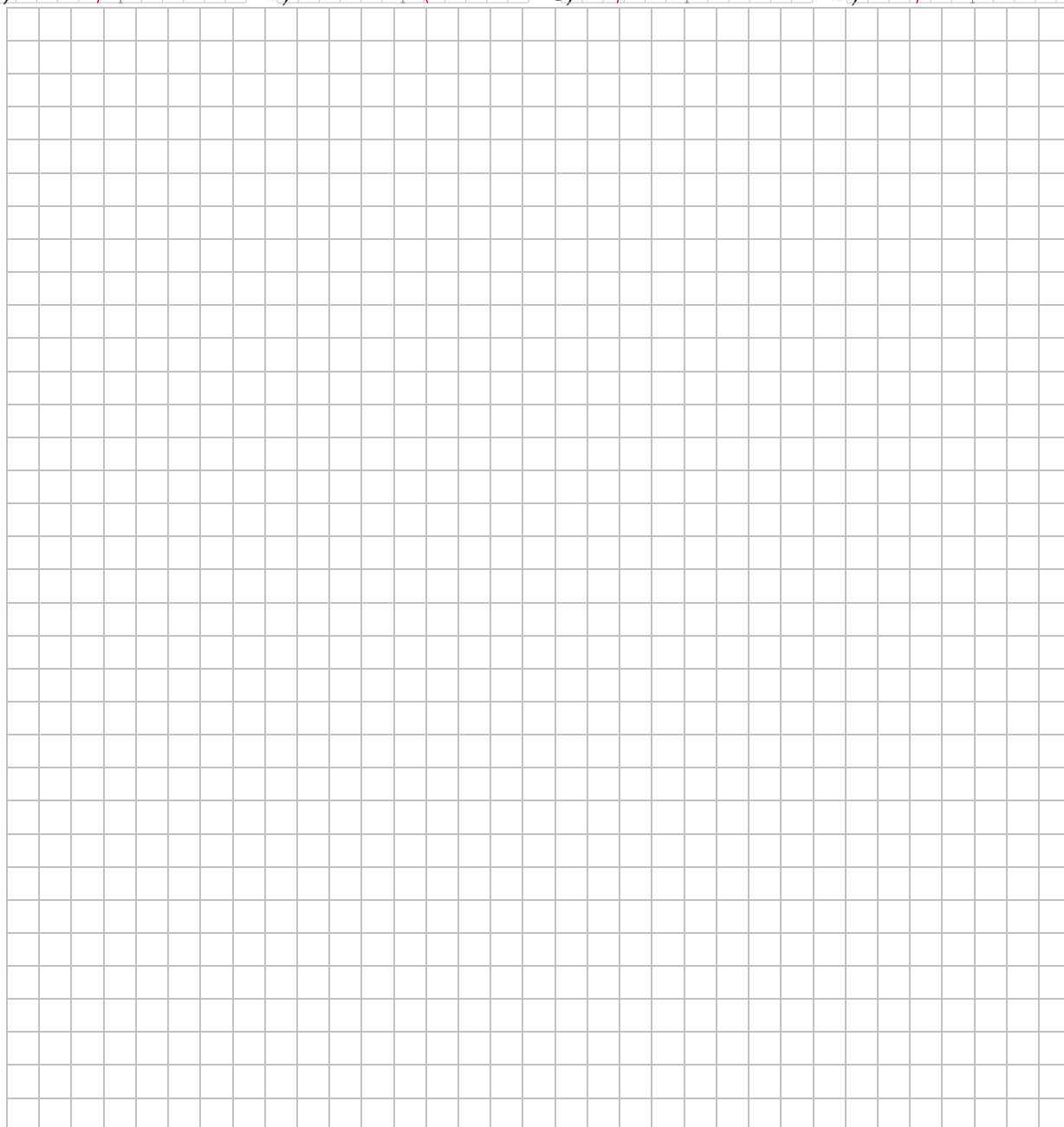
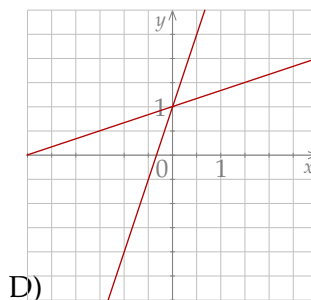
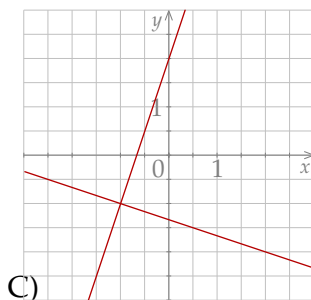
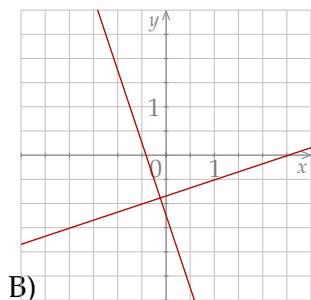
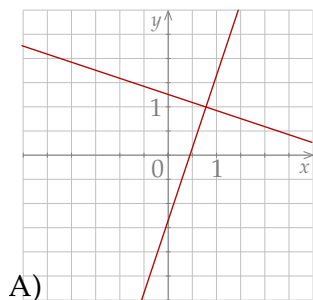


ZADANIE 12 (1 PKT)

Dany jest układ równań

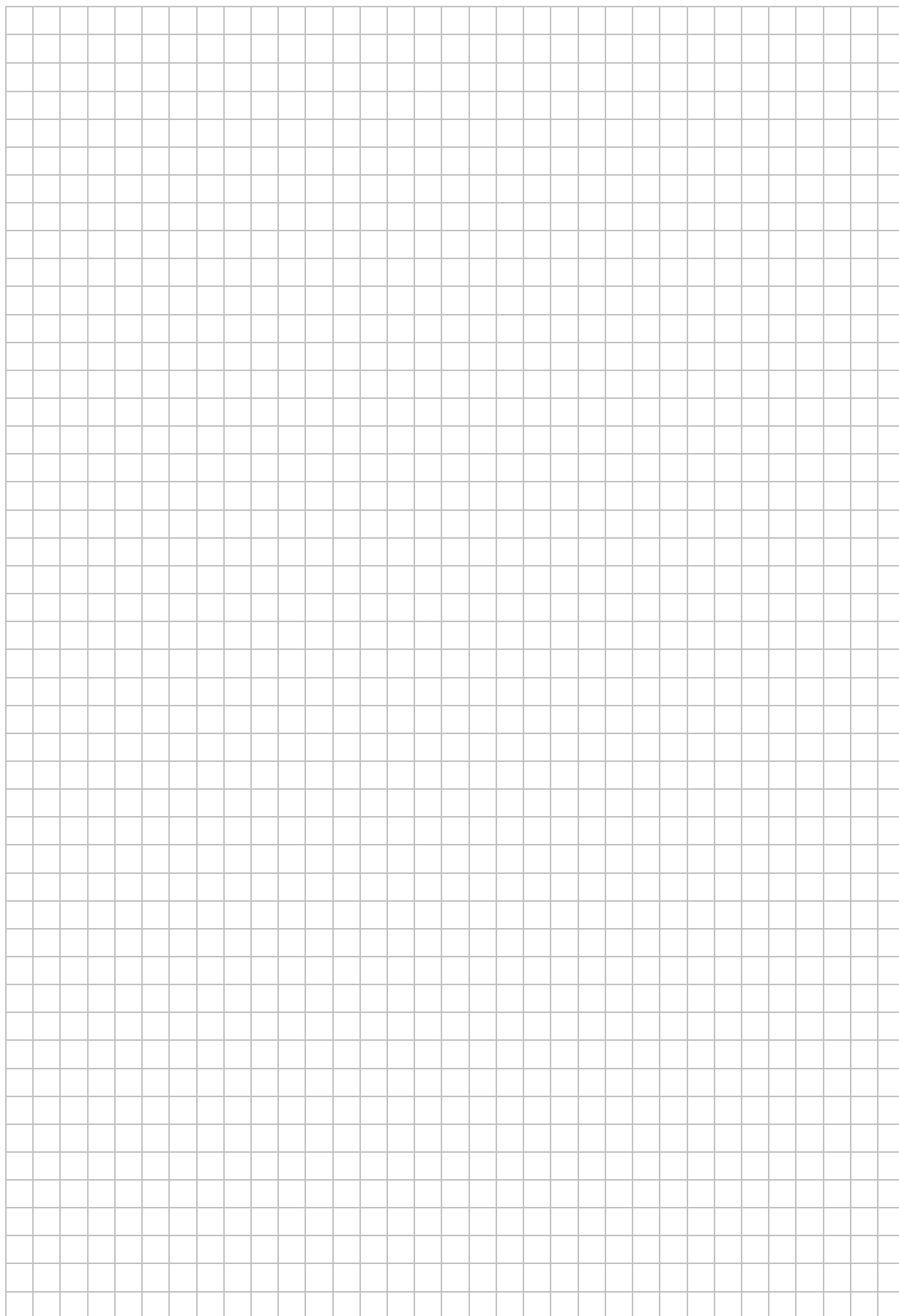
$$\begin{cases} 3x + y = a \\ x - 3y = b, \end{cases}$$

gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na którym z rysunków może być przedstawiona interpretacja geometryczna tego układu równań?



ZADANIE 13 (2 PKT)

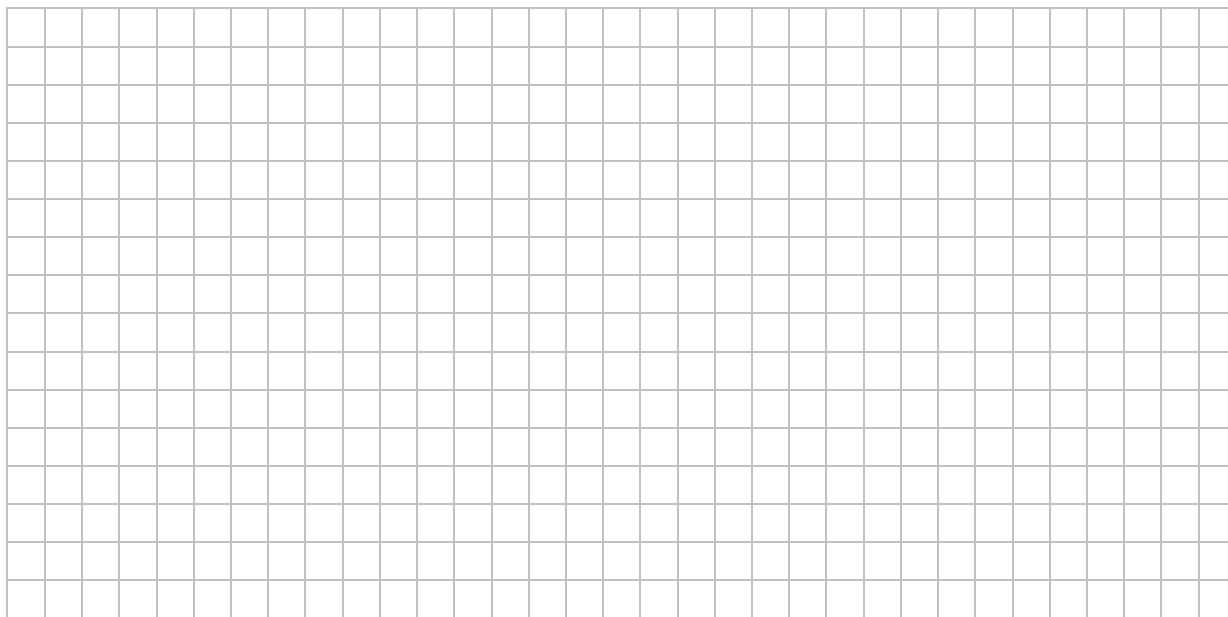
Rozwiąż równanie $6x^3 + 8x^2 + 9x + 12 = 0$.



ZADANIE 14 (1 PKT)

Dwa krótsze boki trójkąta rozwartokątnego ABC mają długości $|AB| = 6$ i $|BC| = 5$. Sinus największego kąta tego trójkąta jest równy $\frac{3}{5}$. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub **F** – jeśli jest fałszywe.

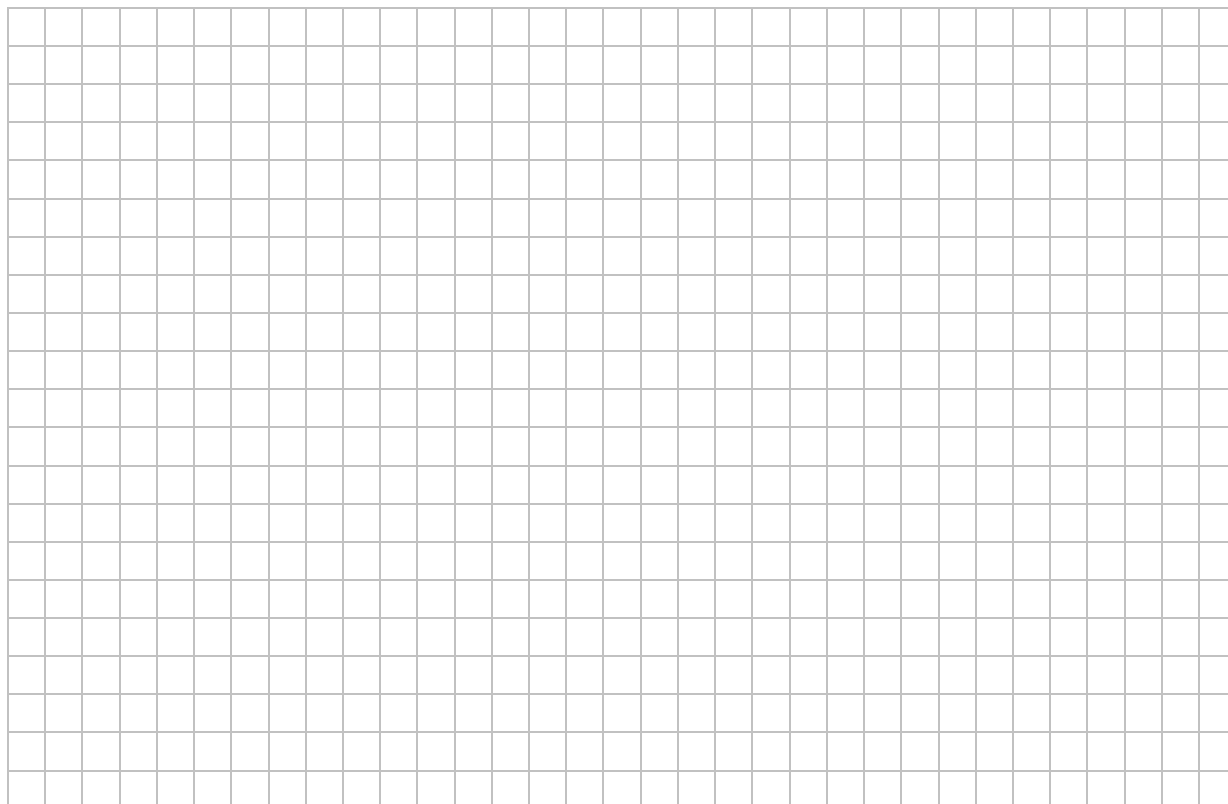
Pole trójkąta ABC jest mniejsze od 10.	P	F
Cosinus kąta ABC trójkąta ABC jest równy $\frac{4}{5}$.	P	F



ZADANIE 15 (1 PKT)

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $3(x + 3)(x^2 - 4) = 0$ jest równy

- A) -12 B) -36 C) 36 D) 12



ZADANIE 16 (2 PKT)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 8, a_2 = -7, a_3 = -22$.

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A) $a_n = 8 - 12(n - 1)$

B) $a_n = 23 - 15n$

C) $a_n = 8 - 15(n - 1)$

D) $a_n = 7 - 15n$

E) $a_n = -7 + 15n$

F) $a_n = 23 - 15(n - 1)$

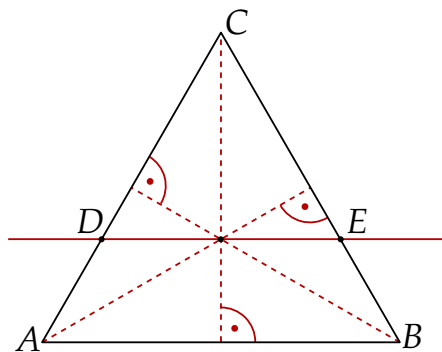
ZADANIE 17 (1 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n - 2n^2$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
Siódmy wyraz ciągu (a_n) jest równy -90 .	P	F

ZADANIE 18 (1 PKT)

Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego ABC poprowadzono prostą DE równoległą do podstawy AB (zobacz rysunek).



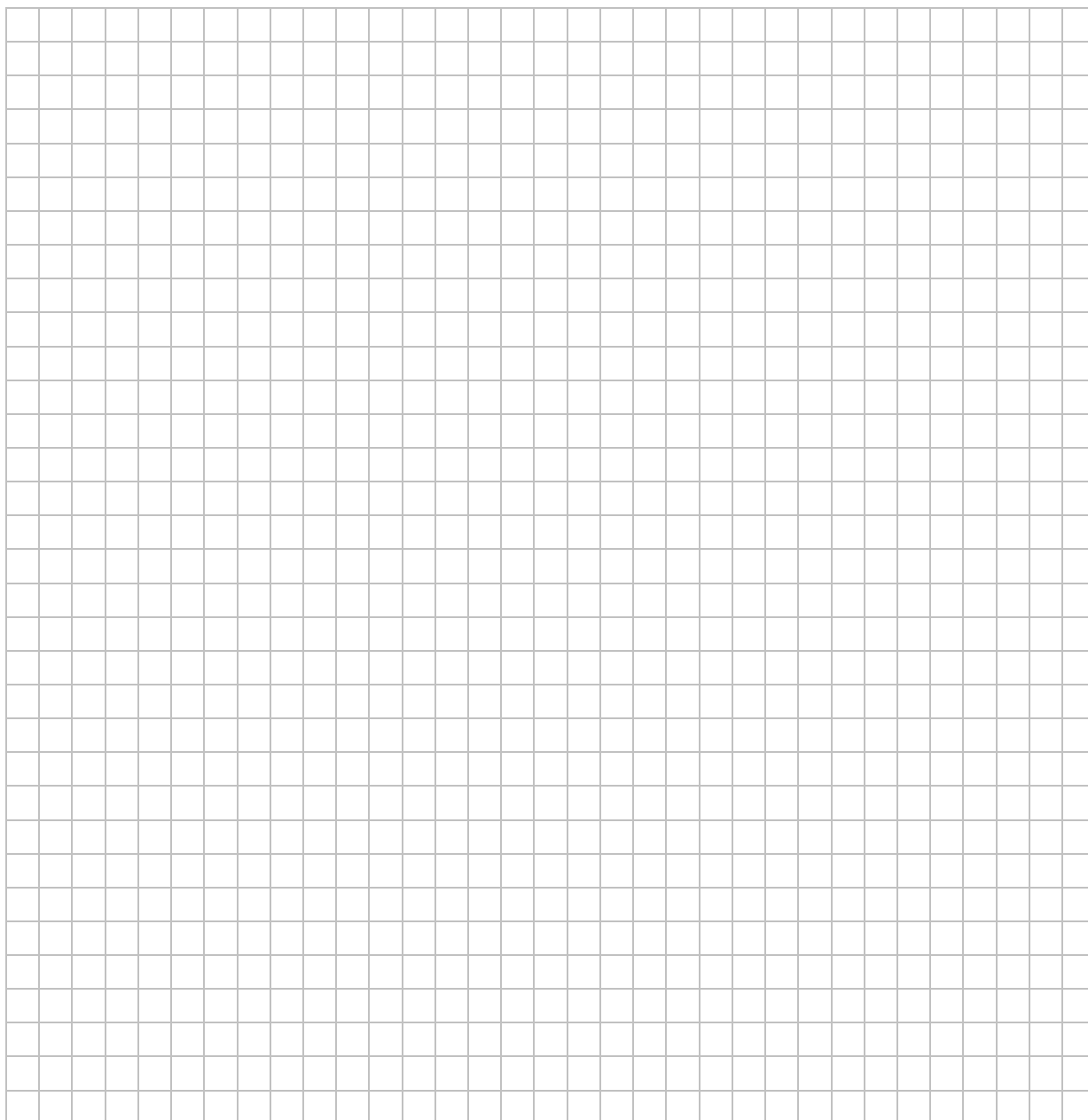
Stosunek pola trójkąta CDE do pola trapezu $DABE$ jest równy

A) 5 : 9

B) 4 : 5

C) 4 : 9

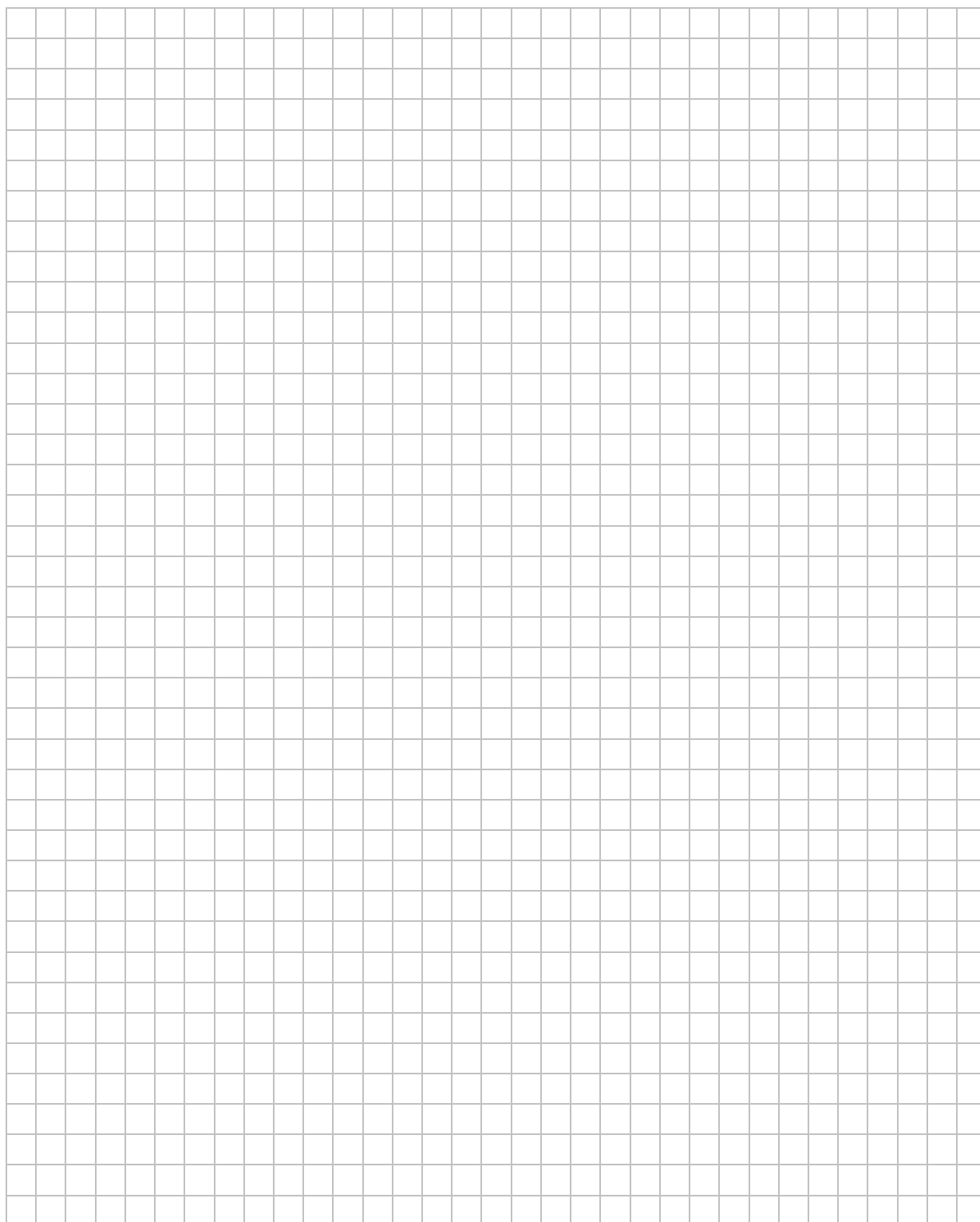
D) 3 : 2



ZADANIE 19 (4 PKT)

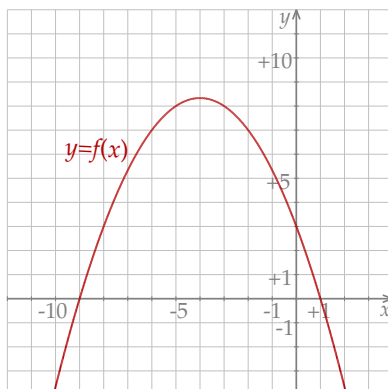
Tekturowy karton ma mieć kształt prostopadłościanu, którego podstawa jest prostokątem o jednym z boków dłuższym od drugiego o 24 cm. Suma wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu ma być równa 480 cm.

- Napisz wzór funkcji P wyrażającej całkowite pole zewnętrznej powierzchni kartonu, w zależności od długości x krótszej krawędzi jego podstawy. Podaj dziedzinę funkcji P .
- Oblicz jakie powinny być wymiary tego kartonu tak, aby łączne pole powierzchni jego ścian było największe możliwe.



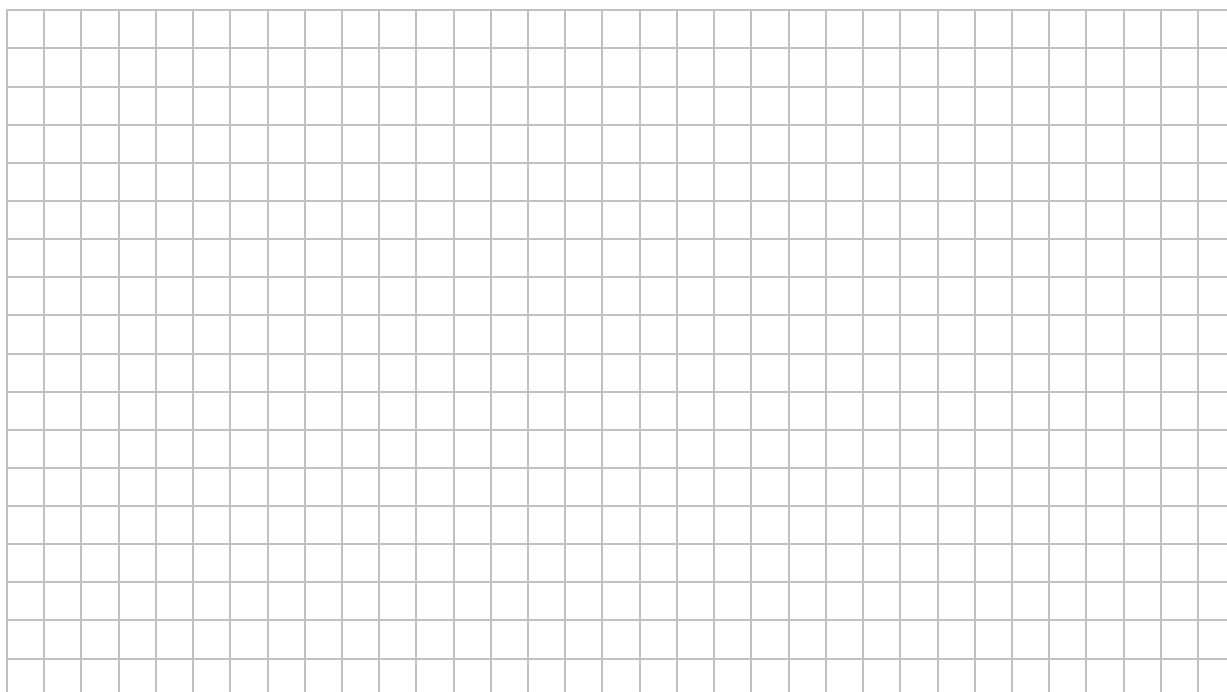
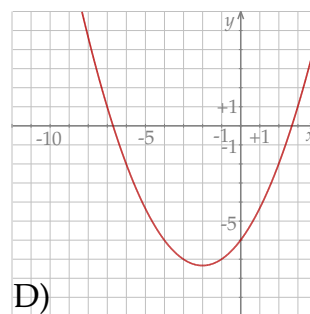
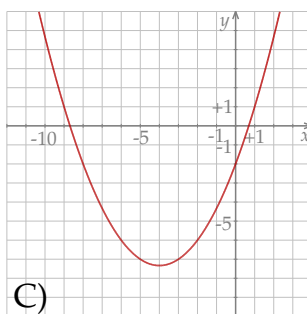
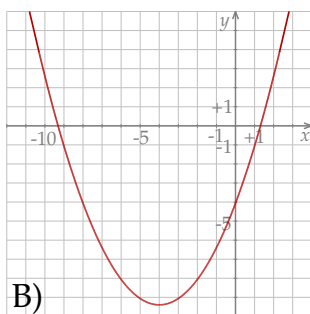
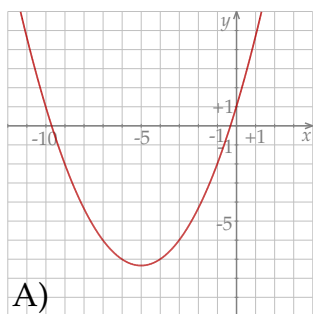
Informacja do zadań 20.1 – 20.3

Dana jest funkcja kwadratowa f , której fragment wykresu przedstawiono na rysunku poniżej. Wykresem funkcji f jest parabola, której punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



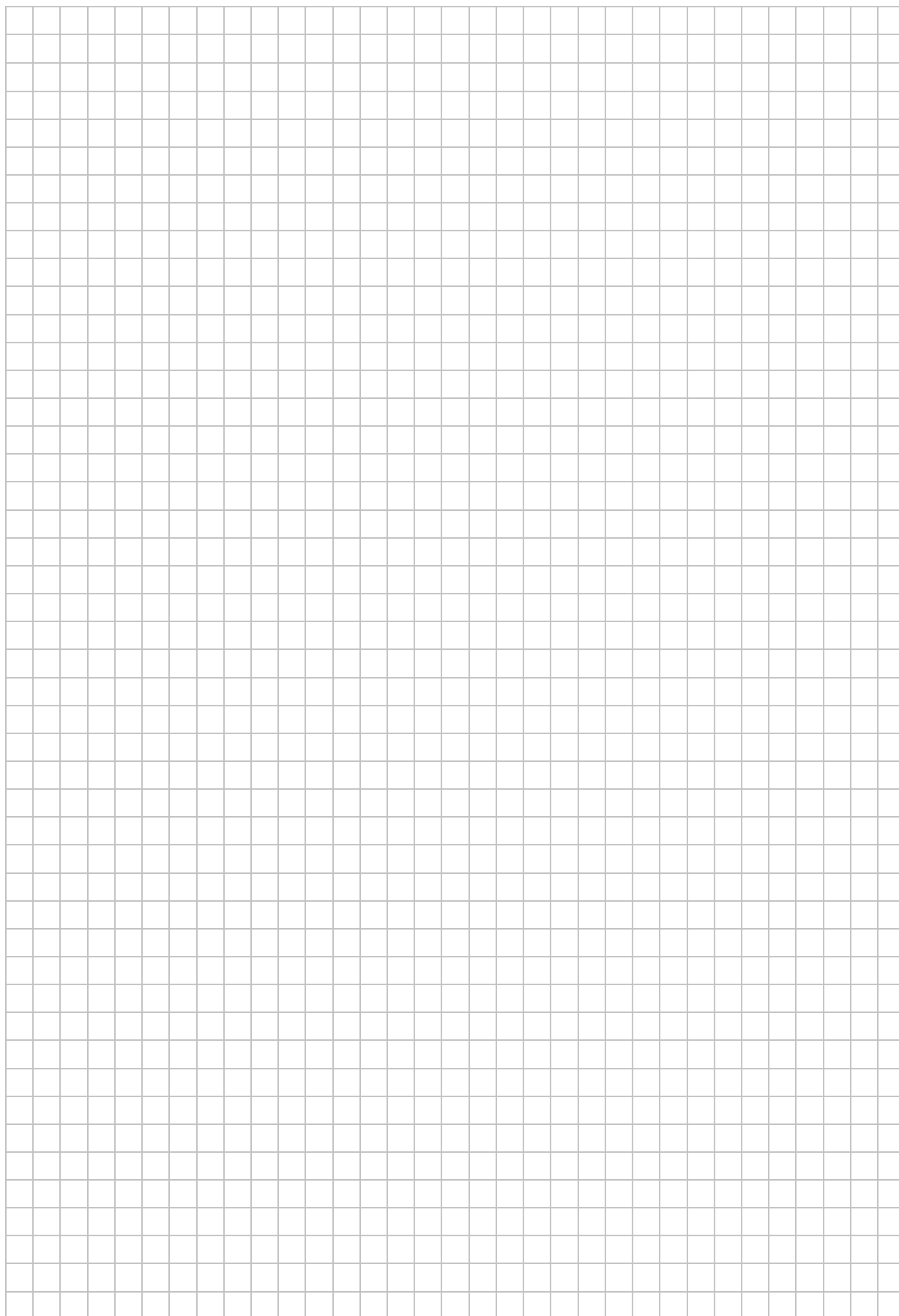
ZADANIE 20.1 (1 PKT)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = 1 - f(x)$. Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku



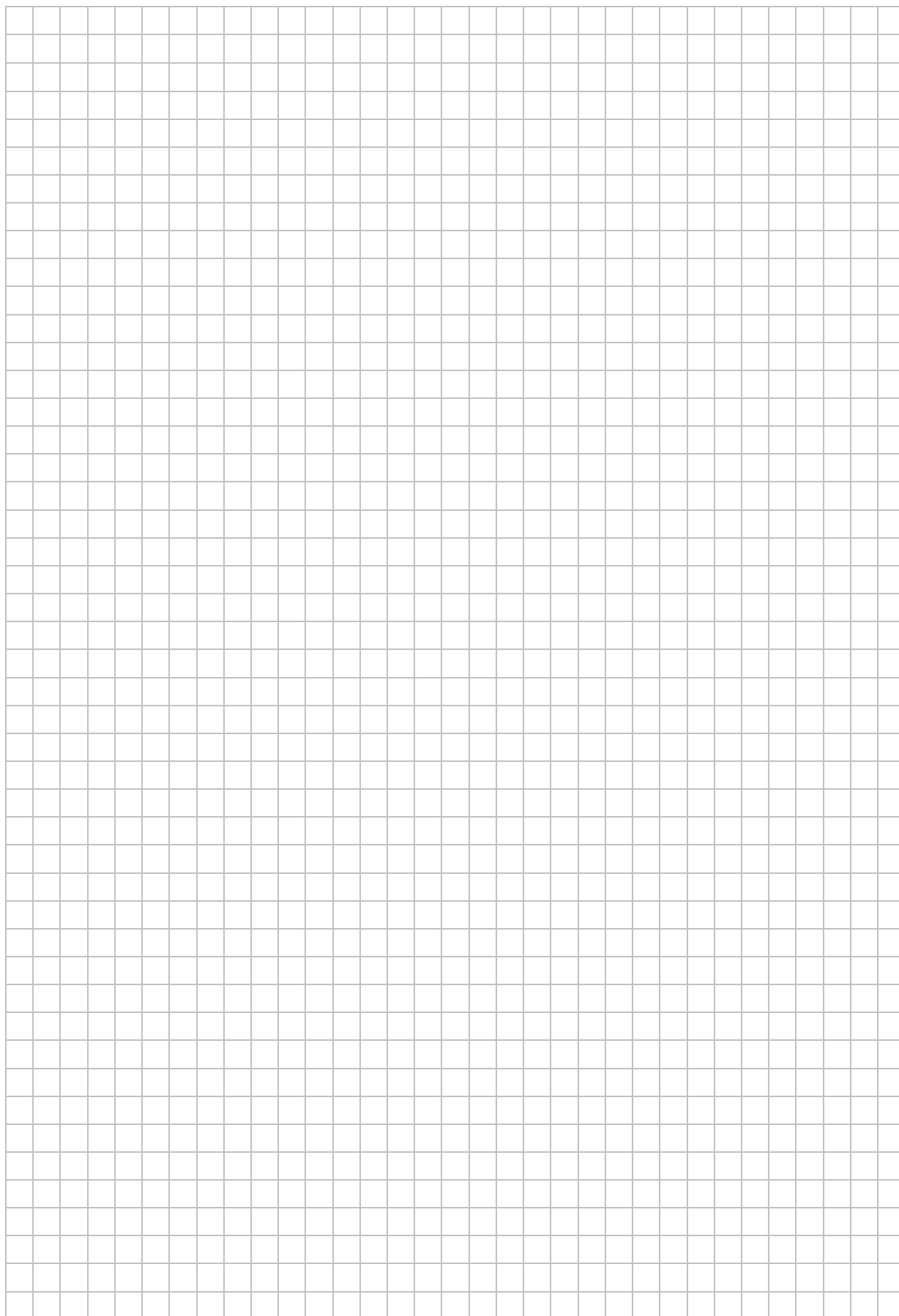
ZADANIE 20.2 (1 PKT)

Rozwiąż nierówność $f(x) \leq 3$.



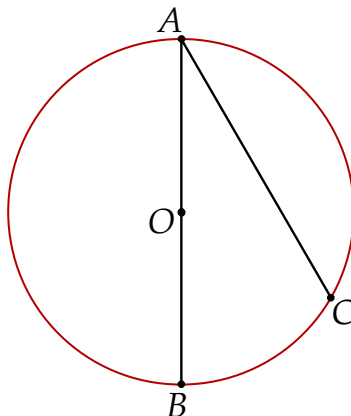
ZADANIE 20.3 (3 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji f .



ZADANIE 21 (1 PKT)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku w punkcie O i promieniu $r = 4$ (zobacz rysunek).
 Cięciwa AC ma długość $2\sqrt{11}$.



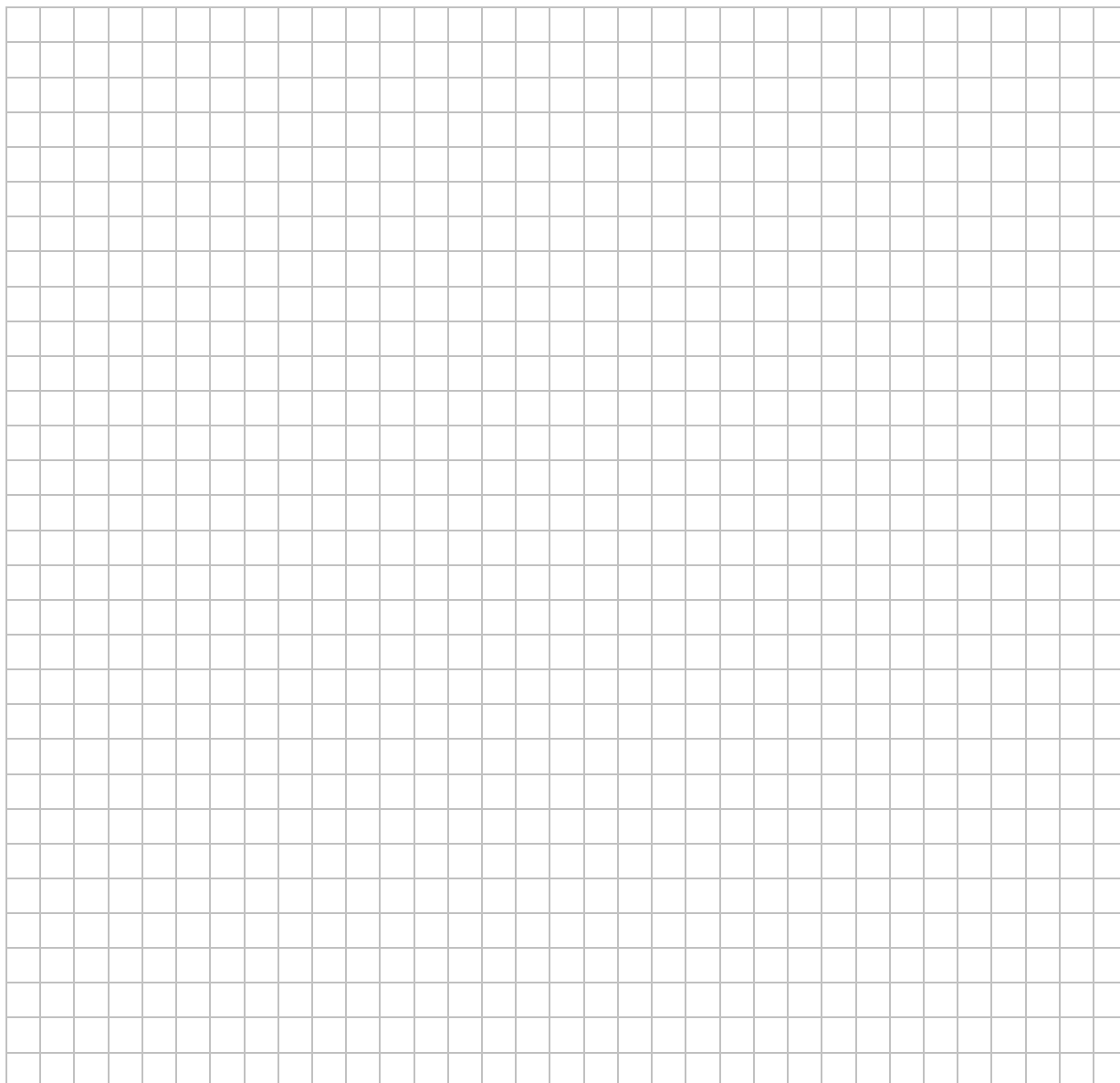
Sinus kąta BAC jest równy

A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

B) $\frac{\sqrt{11}}{4}$

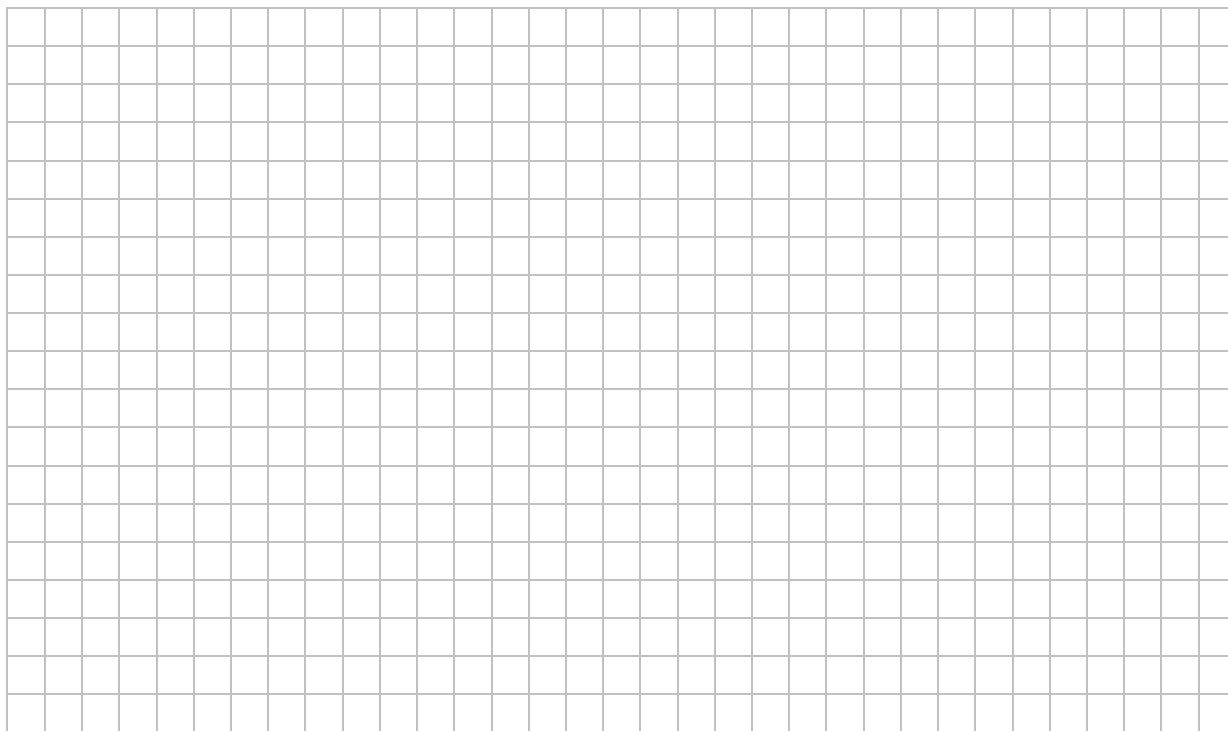
C) $\frac{\sqrt{10}}{8}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



ZADANIE 22 (1 PKT)

Ze zbioru ośmioelementowego $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem dwa razy po jednej liczbie. Zdarzenie A polega na wylosowaniu dwóch liczb ze zbioru M , których iloczyn jest równy 24. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .



ZADANIE 23 (1 PKT)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: y = \frac{1}{3}x - 1$$

$$l: y = 3x - 1.$$

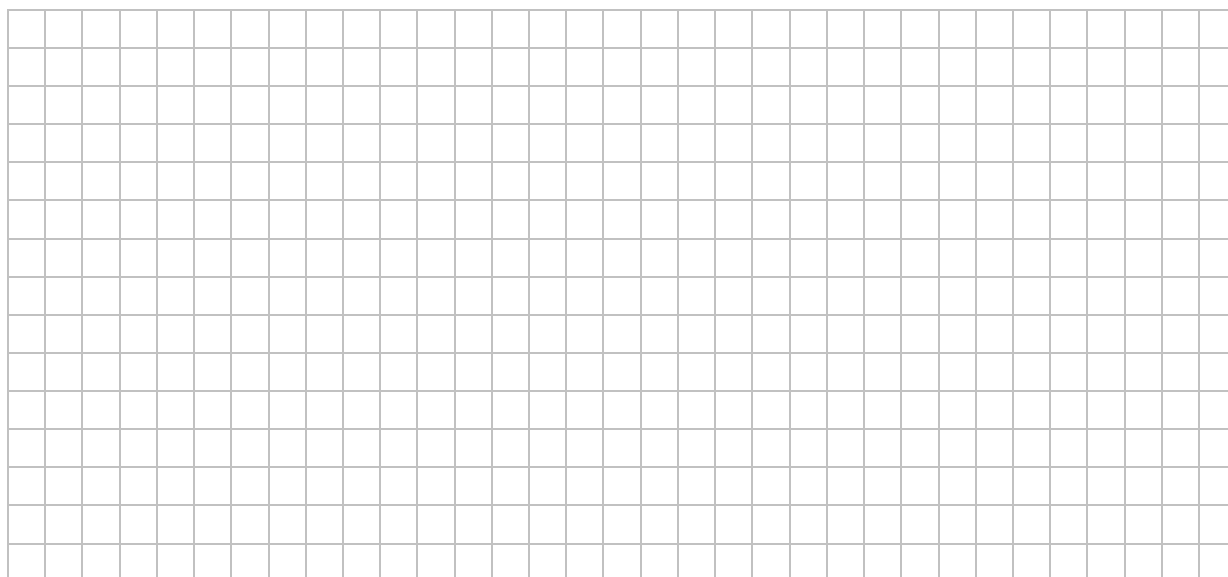
Proste k oraz l

A) nie mają punktów wspólnych.

B) są prostopadłe.

C) przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.

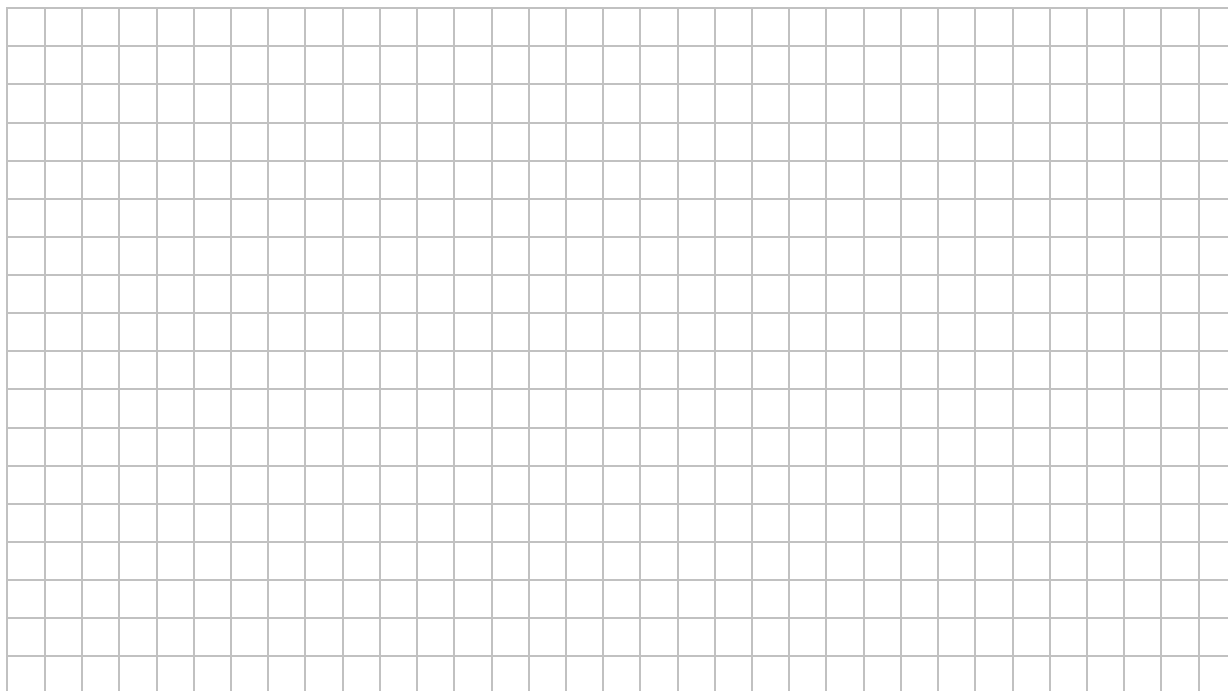
D) pokrywają się.



ZADANIE 24 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Drugi wyraz tego ciągu oraz iloraz ciągu (a_n) są równe $\frac{1}{2}$. Suma pięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{31}{16}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{7}{8}$



ZADANIE 25 (1 PKT)

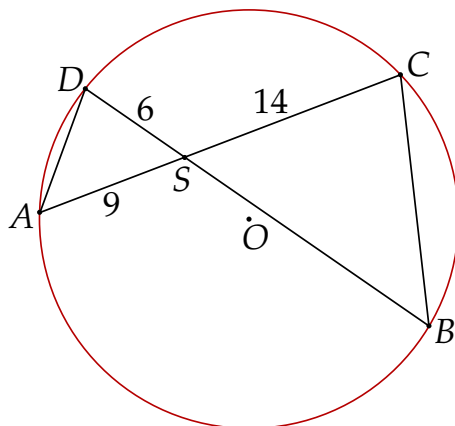
Jedną z liczb spełniających nierówność $x^4 - 2x^3 - 2 < 0$ jest

- A) 3 B) (-1) C) 2 D) (-2)



ZADANIE 26 (1 PKT)

Cięciwy AC i BD okręgu o środku O przecinają się w punkcie S . Ponadto $|AS| = 9$, $|DS| = 6$ i $|CS| = 14$ (zobacz rysunek).



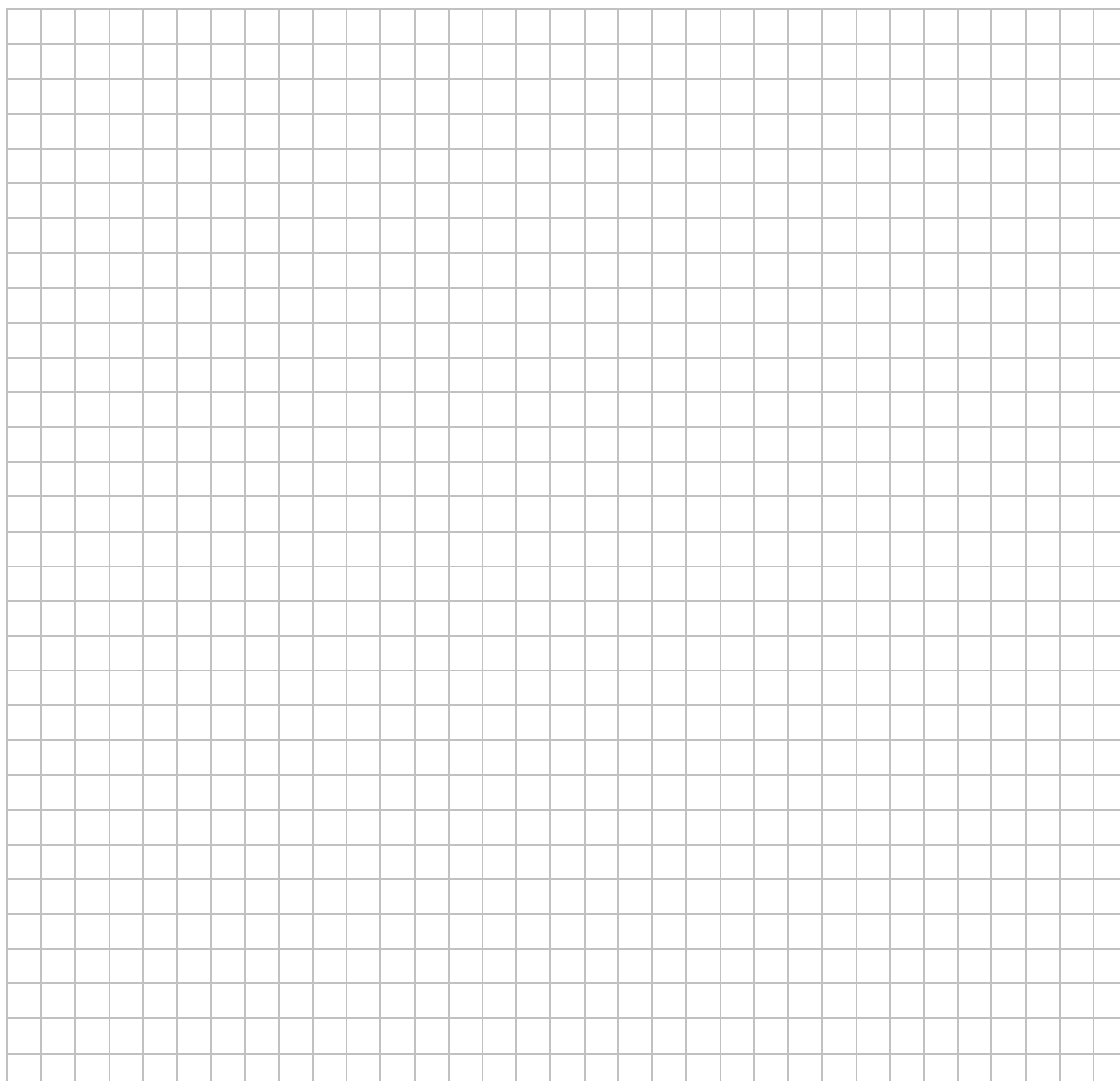
Długość odcinka BS jest równa

A) 24

B) 20

C) 21

D) 18



ZADANIE 27 (1 PKT)

Jeżeli $b > a > 0$ to wyrażenie $|5b - 2a| - |a - 3b|$ jest równe

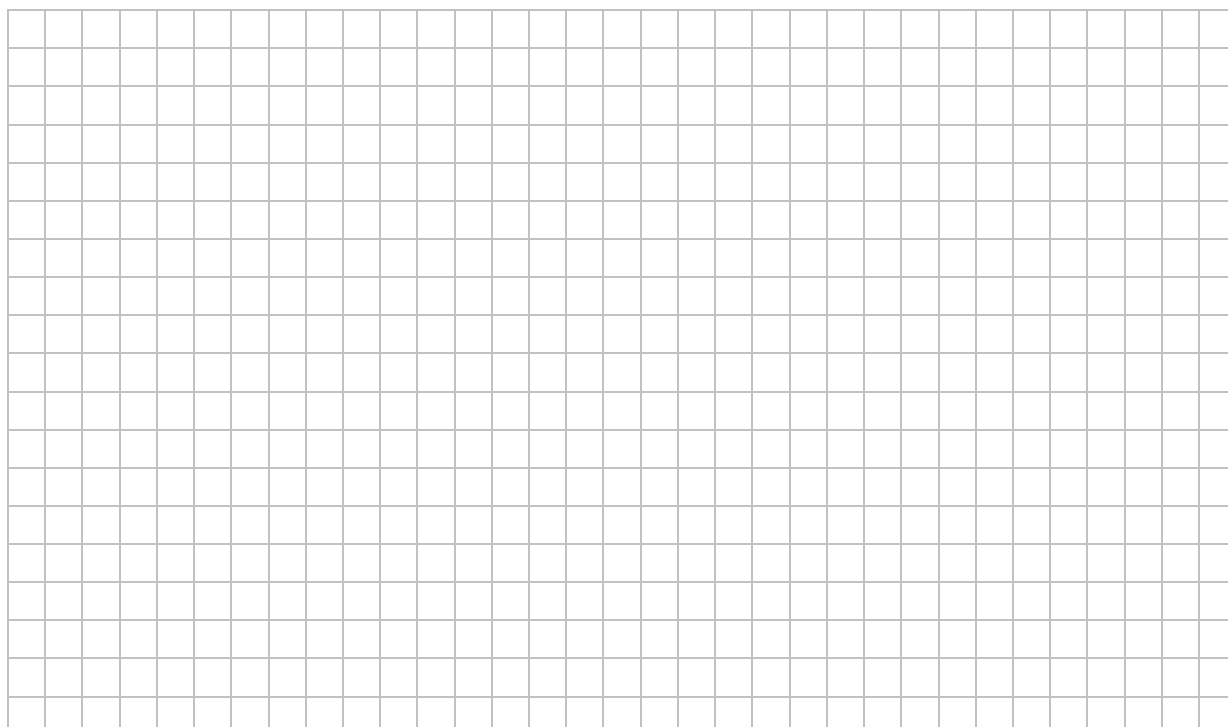
- A) $8b - 3a$ B) $3a - 8b$ C) $2b - a$ D) $a - 2b$



ZADANIE 28 (1 PKT)

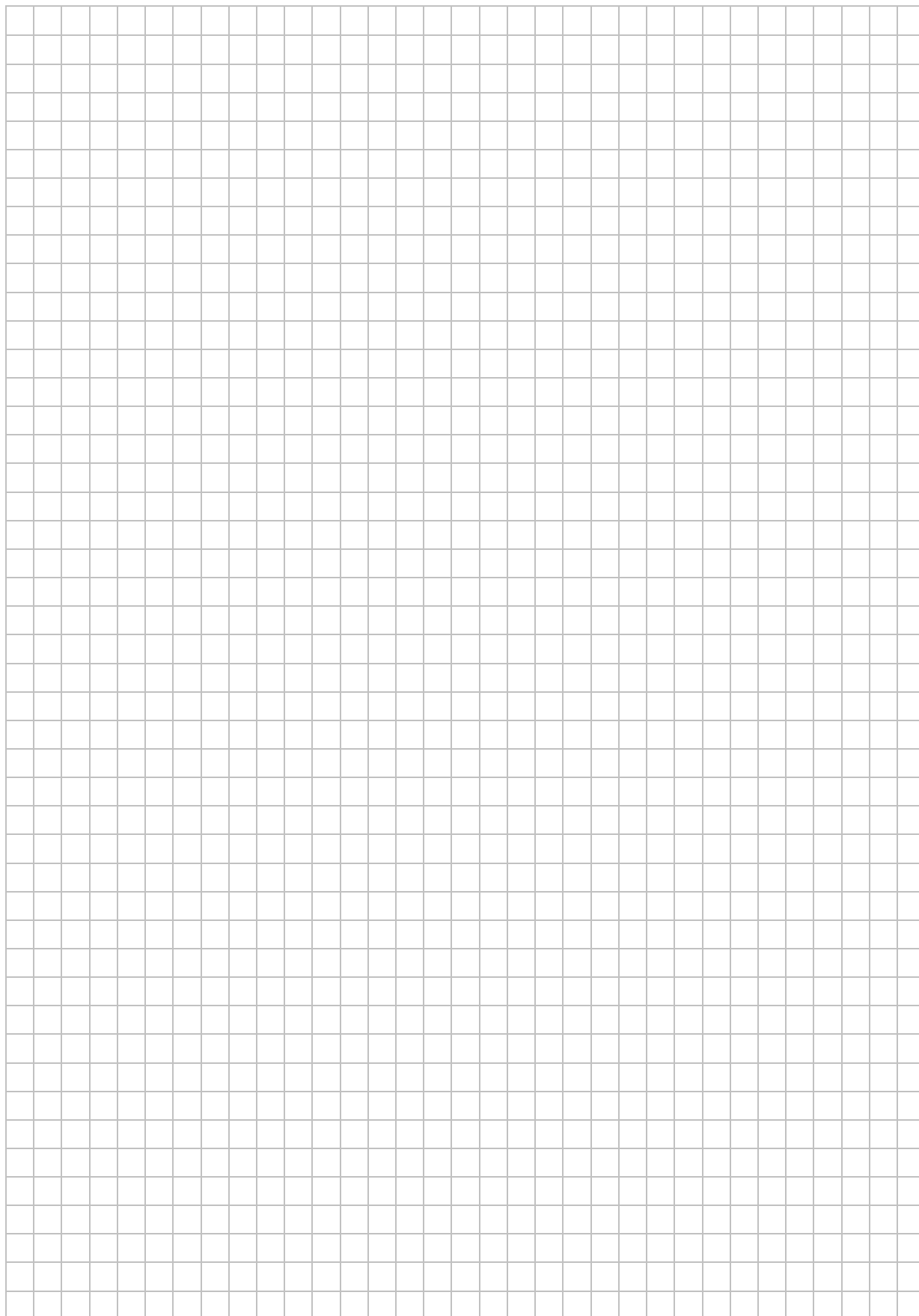
Dany jest trójkąt prostokątny o kącie prostym przy wierzchołku C . Środkowa CD tworzy z przyprostokątną AC kąt 30° . Wynika stąd, że kąt między tą środkową a wysokością CE trójkąta ma miarę

- A) 30° B) 40° C) 45° D) 20°



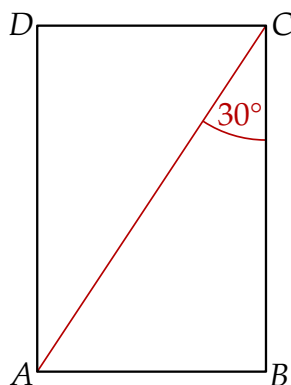
ZADANIE 29 (2 PKT)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8. Oblicz cosinus najmniejszego kąta tego trójkąta.



ZADANIE 30 (1 PKT)

Powierzchnię boczną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o objętości $32\sqrt{3}$ rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa), a przekątna AC tworzy z bokiem BC kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).



Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa.

- A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 2

Materiały pobrane z serwisu zadania.info



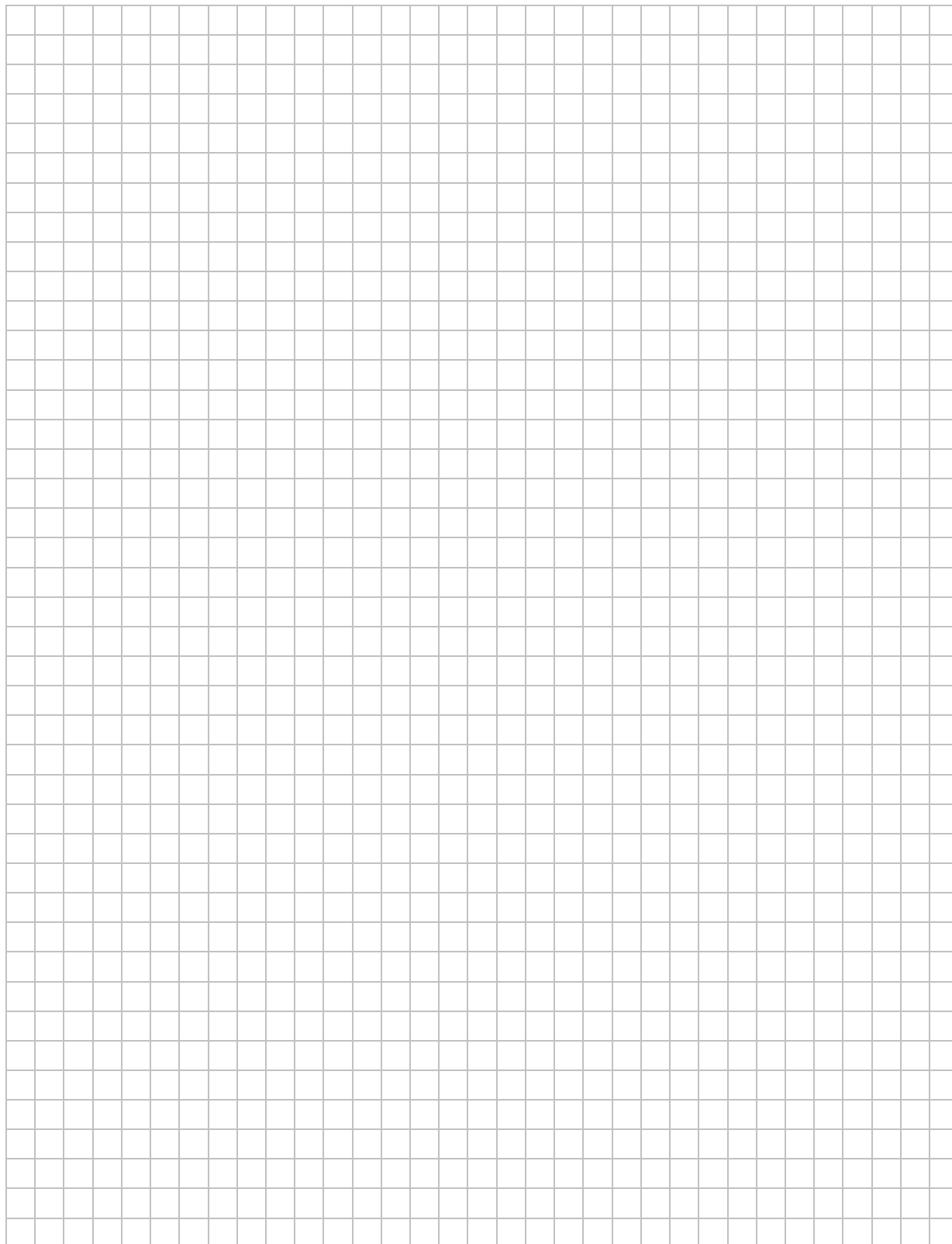
Informacja do zadań 31.1 i 31.2

W układzie współrzędnych dany jest okrąg o opisany równaniem $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 12$.

ZADANIE 31.1 (1 PKT)

Pole trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg jest równe

- A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B) 6 C) $3\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$



ZADANIE 31.2 (2 PKT)

Sprawdź, czy prosta o równaniu $y = 2x + 3$ jest styczna do okręgu o .

