

IMIĘ I NAZWISKO

FUNKCJA WYMIERNA

POZIOM ROZSZERZONY

17 GRUDNIA 2012

CZAS PRACY: 90 MIN.

SUMA PUNKTÓW: 60

ZADANIE 1 (5 PKT)

Dla jakich wartości parametru m dziedziną funkcji $f(x) = \frac{3x^2 - 4mx + 5}{(m+2)x^4 + 6(m+2)x^2 + m^2}$ jest zbiór liczb rzeczywistych?

ZADANIE 2 (5 PKT)

Uprość wyrażenie $\frac{2x^3 + 16}{x^2 - 2x + 4}$.

ZADANIE 3 (5 PKT)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{1}{x^3 - 7x^2 - 2x + 14}$.

ZADANIE 4 (5 PKT)

Uzasadnij, że funkcja $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ przyjmuje dla dodatnich argumentów wartości nie mniejsze niż 3.

ZADANIE 5 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie całkowite wartości k , dla których funkcja $f(x) = \frac{k^2 - k - 2}{k - 4}x^2 - (k - 2)x + k - 4$ osiąga minimum i ma dwa różne miejsca zerowe.

ZADANIE 6 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{x^4 + 2x^3 + x^2}{x - 1 + 6x^2} < 0$.

ZADANIE 7 (5 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{2}{x^2 + 1} + \frac{x^2 + 1}{2} > 2$.

ZADANIE 8 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+13}{x+1}$.

ZADANIE 9 (5 PKT)

Funkcja $f(x) = \frac{x^3+x^2+ax-24}{x+3}$ ma miejsce zerowe równe (-2). Wyznacz:

- wartość parametru a ;
- pozostałe miejsca zerowe funkcji;
- zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości nieujemne.

ZADANIE 10 (5 PKT)

Określ liczbę rozwiązań równania $\frac{x+2}{x+p} = 2$ w zależności od wartości parametru p .

ZADANIE 11 (5 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = (3m - 5)x^2 - (2m - 1)x + 0,25(3m - 5)$. Wyznacz te wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których najmniejsza wartość funkcji f jest liczbą dodatnią.

ZADANIE 12 (5 PKT)

Określ dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{3x^4-12}{x^2-2}$ i sprowadź jej wzór do najprostszej postaci. Naszkicuj jej wykres i podaj jej zbiór wartości.